

Fizyka skal muzycznych

Fala sprężysta rozchodząca się w gazie, cieczy lub ciele stałym przenosi pewną energię. W miarę oddalania się od źródła, natężenie zaburzenia sprężystego w ośrodku gazowym, a co za tym idzie, także gęstość przenoszonej energii, maleje odwrotnie proporcjonalnie do odległości (czynnik geometryczny $1/r^2$). Możliwe są odbicia i wzajemna interferencja tych fal. Pewne materiały, jak np. wojłok, tekstylia, skóra, szczególnie silnie je absorbują. W gazach rozchodzeniu się fali sprężystej towarzyszą okresowe zmiany ciśnienia, które ucho ludzkie odbiera jako dźwięk o określonej wysokości. Mamy w szczególności do czynienia z tzw. falą akustyczną, jeżeli częstotliwość zaburzenia sprężystego zawiera się w granicach 20 Hz do 20 kHz. Układ dźwięków o odpowiednim następstwie może być dla człowieka źródłem doznań estetycznych; mówimy wówczas o muzyce.

Współbrzmienie dwóch lub więcej dźwięków, w zależności od ich wysokości, może stwarzać wrażenie przyjemne (konsonans) lub nie mile (dysonans). Okazuje się, że konsonans otrzymuje się wtedy, gdy stosunek częstotliwości współbrzmiących dźwięków wyraża się stosunkiem małych liczb naturalnych.*

Uważa się, że fizyczną przyczyną wrażenia konsonansu jest równość częstotliwości niektórych wyższych harmonicznycy tonu podstawowego. W przypadku odchylenia od stosunku małych liczb całkowitych oddziaływanie wyższych harmonicznycy wytwarza dudnienia o częstotliwości kilkunastu do kilkudziesięciu Hz, dające przykre wrażenie dysonansu.

Oktawę, w przypadku której częstotliwości odpowiednich dźwięków są dwukrotnie wyższe, nawet ludy pierwotne zawsze uważały za konsonans. Podział całego zakresu częstotliwości na oktawy jest podziałem naturalnym. Łatwo obliczyć, że zakres częstotliwości 20 Hz - 20000 Hz zawiera około 10 oktaw $\left(\log_2 \frac{20000}{20} \approx 10\right)$.

* Już w VI wieku p.n.e. Pitagoras stwierdził, że konsonans w instrumencie strunowym występuje, gdy stosunek długości dwóch jednakowo napiętych strun jest równy stosunkowi małych liczb całkowitych. Odkrycie Pitagorasa uważane jest przez historyków nauki za początek fizyki, ponieważ mamy tutaj zarówno eksperyment, jak i jego matematyczną interpretację.

Podział oktawy, czyli zakresu częstotliwości $\nu_0 - 2\nu_0$ na poszczególne dźwięki jest wynikiem konwencji. W starożytnej Grecji, gdzie kultura muzyczna była wysoko rozwinięta, powstał cały szereg skal, czyli następstw dźwięków używanych w muzyce. Najważniejszą skalą jest skala eolska, czyli durowa. Któż nie zna tej skali jeszcze ze szkoły podstawowej!

Skalę c-dur tworzy siedem tonów, ósmy rozpoczyna następną oktawę. Na rysunku 1 podajemy jej zapis na pięciolinii oraz nazwy poszczególnych dźwięków i stosunki częstotliwości. Podane wartości częstotliwości opierają się na dużo późniejszej konwencji, że dźwiękowi a' odpowiada 440 Hz. Należy jednak zwrócić uwagę, że dowolna melodia będzie przez słuchacza odbierana jako ta sama, gdy częstotliwości wszystkich dźwięków zmienimy w tym samym stosunku.

nazwa	c'	d'	e'	f'	g'	a'	b'	c''
częstotliwość	264	$\frac{3}{2}v$	$\frac{5}{4}v$	$\frac{4}{3}v$	$\frac{3}{2}v$	440	$\frac{15}{8}v$	528
interwały między tonami	1 ton	1 ton	$\frac{1}{2}$ tonu	1 ton	1 ton	1 ton	$\frac{1}{2}$ tonu	
współbrzmienie dwóch tonów	primo	sekunda wielka	tercja w.	kwarta	kwinta	seksata w.	septyma w.	oktawa

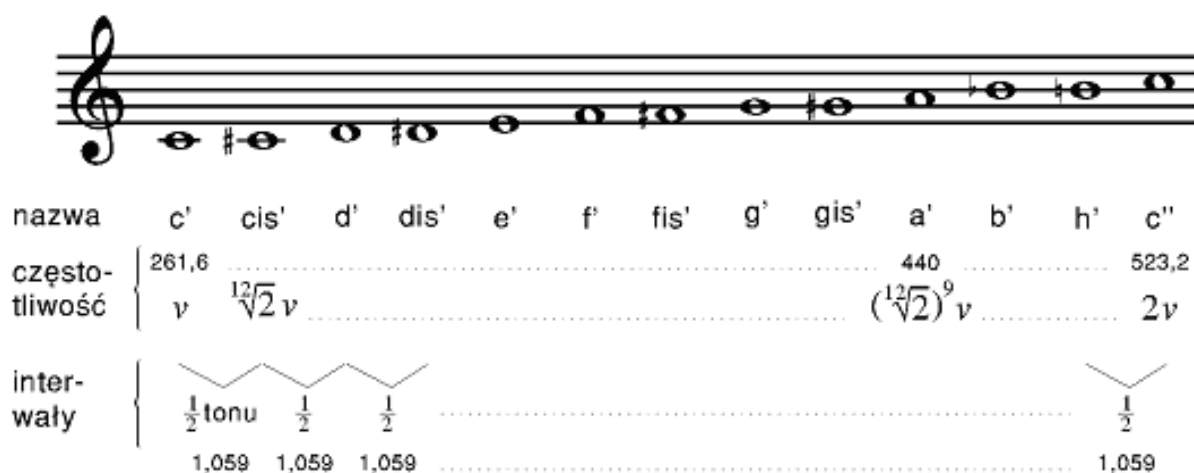
Rys. 1. Zapis skali eolskiej (durowej) na pięciolinii

Stworzony przez Greków tzw. „strój czysty” okazał się jednak niezbyt wygodny w muzyce z powodu nierównomierności interwałów pomiędzy poszczególnymi dźwiękami skali (np. 1,125; 1,111; 1,067 itd.). Nie daje się w tym stroju grać melodii zaczynając od dowolnego tonu oktawy.

Aby uniknąć tej trudności, w XVIII wieku przyjęto w muzyce „strój temperowany”, w którym oktawę dzieli się na 12 interwałów – półtonów, o stałym stosunku częstotliwości równym $\sqrt[12]{2} = 1,05946$ *. Uzyskano to przez dodanie do skali naturalnej pięciu dodatkowych półtonów pomiędzy *c - d*, *d - e*, *f - g*, *g - a*, *a - h* (rys. 2).

Na pięciolinii te dodatkowe dźwięki zapisuje się za pomocą dodatkowych znaczków:

- # – krzyżyk – podwyższa dźwięk o pół tonu,
- ♭ – bemol – obniża dźwięk o pół tonu,
- ♮ – kasownik – unieważnia poprzednie krzyżyki i bemole odnoszące się do danego poziomu pięciolinii.



Rys. 2. Skala temperowana

Obecnie zapis ten jest niewygodny, ale w średniowieczu, gdy tworzone zapis nutowy, używano prawie wyłącznie skali *c-dur* i na pięciolinii nie zostawiono miejsca dla dodatkowych półtonów.

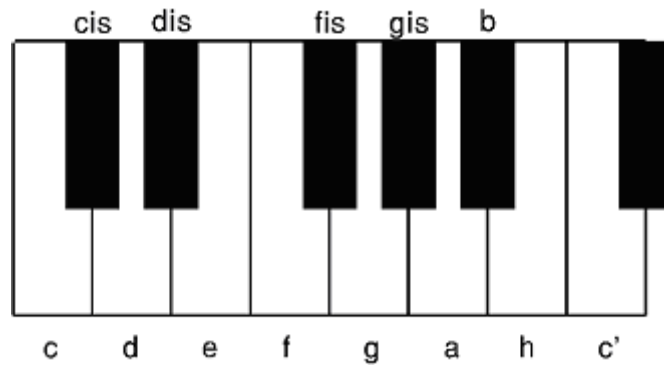
Prawda, że „strój temperowany” trochę różni się od stroju czystego. Proszę porównać np. dla obydwu z nich bezwzględne wartości częstotliwości odpowiadające dźwiękom *c'* oraz *c''*. Są to niewielkie różnice, dla ucha okazują się one mało zauważalne i dlatego strój temperowany jest w muzyce europejskiej powszechnie używany.*

*W podziale na równe interwały chodzi o to, by $\frac{v_{n+1}}{v_n} = C (n = 1, \dots, 12)$. Dla oktawy $\frac{v_{13}}{v_1} = 2$ i stąd pochodzi czynnik

liczbowy $C = \sqrt[12]{2} = 1,05946$.

*Niektórzy kompozytorzy awangardy uważają, że możliwości tej konwencji już się wyczerpały i należy stworzyć coś nowego, natomiast cała muzyka popularna opiera się na dźwiękach stroju temperowanego.

Na klawiaturze fortepianu i innych instrumentów klawiszowych (rys. 3) dźwięki skali *c-dur* odpowiadają białym klawiszom, a dodatkowe półtony klawiszom czarnym, razem 12 klawiszy na oktawę. Podobnie w gitarze mamy 12 progów na oktawę, szerokość progów pozostaje również w stosunku $\sqrt[12]{2}$ (dlaczego?).



Rys. 3. Klawiatura fortepianu

W następnych oktawach sytuacja się powtarza, z tym, że odpowiednie częstotliwości stają się 2, 4, 8... razy większe (mniejsze). Jako przykład podajemy zapis nutowy oktawy o częstotliwości dwukrotnie większej od omawianej poprzednio (rys. 4).



Rys. 4. Zapis dźwięków oktawy o częstotliwości dwukrotnie wyższej niż na rys. 1

Na podstawie tych konwencji oraz definicji standaryzującej dźwięk a' (440 Hz) można przypisać częstotliwości poszczególnym nutom, np. dla c'

$$\frac{c'}{440} = \text{wielka seksta} = \frac{3}{5}$$

skąd

$$c' = \frac{3}{5} 440 \text{ Hz} = 264 \text{ Hz} \quad (\text{w strojuczystym})$$

Drugim sposobem jest przyjęcie skali temperowanej i zwiększanie lub zmniejszanie częstotliwości kolejnych dźwięków w stosunku do wzorca przez $\sqrt[12]{2}$. Ponieważ dźwięk c' jest o 9 półtonów niższy od a' , więc jego częstotliwość wynosi

$$c' = \frac{440}{(1,05946)^9} = 262 \text{ Hz}.$$

Przypomnijmy jeszcze na koniec konwencję rytmiczno-metryczną dotyczącą czasokresu trwania dźwięku (rys. 5). 4/4 oznacza, że w obrębie jednego taktu (każdy takt, oddzielony pionowymi kreskami od innych, trwa tak samo długo) mieszczą się 4 ćwierćnuty, co jest równoważne w czasie dwu półnutom, jednej całej nucie lub 8 ósemkom.



Rys. 5. Rytmiczno–metryczny zapis nuty

Literatura

1. Westphal W.: *Fizyka*. Cz. 1. Warszawa, PZWS 1950
2. Papaleksi N.D.: *Kurs fizyki*. T. I (w jęz. ros.) Moskwa – Leningrad, Nauka 1948
3. *Encyklopedia fizyki*. Warszawa, PWN 1972 (hasła: dysonans, konsonans, interwał, muzyczna skala)
4. Szczeniowski S.: *Fizyka doświadczalna*. T. I. Warszawa, PWN 1972