

# Ćwiczenie 71. Dyfrakcja światła na szczelinie pojedynczej i podwójnej

## Cel ćwiczenia

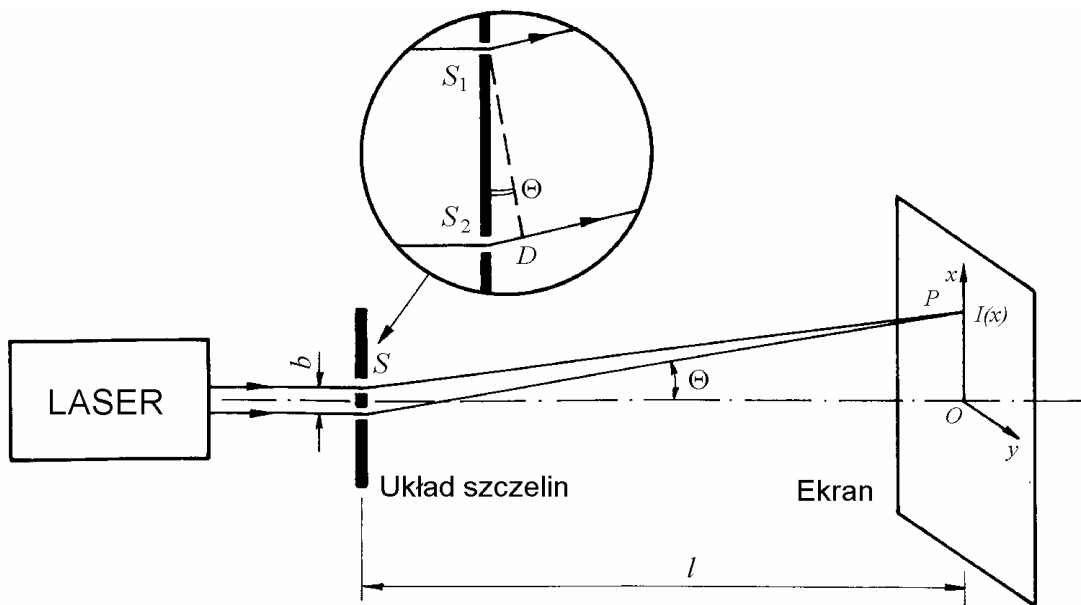
Pomiar natężenia światła w obrazie dyfrakcyjnym pojedynczej szczeliny i układu dwu szczelin. Wyznaczenie rozmiaru szczelin.

## Wprowadzenie

W zjawiskach dyfrakcji i interferencji ujawnia się falowy charakter światła – zjawisk tych nie sposób zrozumieć przy pomocy pojęć optyki geometrycznej. Mówimy o *dyfrakcji* na pojedynczej szczelinie, *interferencji* na układzie dwu szczelin, i siatce *dyfrakcyjnej*, gdy liczba szczelin jest bardzo duża. Opis teoretyczny zjawisk dyfrakcji i interferencji światła jest zasadniczo jednakowy i sprowadza się do superpozycji fal cząstkowych, wysyłanych, zgodnie z zasadą Huygensa, z obszaru szczelin.

## Interferencja na dwu wąskich szczelinach

Rysunek 1 przedstawia wyidealizowany przypadek interferencji na dwu szczelinach  $S_1, S_2$  o szerokości  $a$  małej w porównaniu do odległości między szczelinami  $d$  ( $a \ll d$ ). Odległość  $L$  szczelin od ekranu jest duża w porównaniu z odległością między szczelinami  $b$ . Interesuje nas natężenie światła obserwowane w punkcie  $P$  ekranu, którego położenie określa kąt  $\theta$  względnie odległość  $x$  od środka ekranu.



Rys. 1. Interferencja światła na 2 szczelinach o małej szerokości.

Interferencja na dwu wąskich szczelinach stanowi przypadek najprostszy do opisu ilościowego dlatego, że wystarczy rozpatrywać superpozycję dwu fal wychodzących ze środków szczelin. Na podstawie przybliżonego podobieństwa trójkątów  $SPO$  oraz  $S_1S_2D$  stwierdzamy, że istnieje różnica dróg optycznych równa

$$PS_1 - PS_2 = S_2D = d \sin \theta. \quad (1)$$

W konsekwencji fale interferujące w punkcie  $P$  ekranu są przesunięte w fazie o kąt  $\varphi$  związany z różnicą dróg optycznych  $a \sin \theta$  proporcją

$$\frac{d \sin \theta}{\lambda} = \frac{\varphi}{2\pi}, \quad \text{zatem} \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta. \quad (2)$$

Fala wypadkowa w punkcie  $P$  ekranu pod jest sumą dwu fal cząstkowych

$$E = E_0 \sin \omega t + E_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

o jednakowych amplitudach  $E_0$ , przesuniętych w fazie o kąt  $\varphi$ . Obliczenie sumy sinusoid (3) jest prostym zagadnieniem trygonometrycznym, równoważnym dodawaniu dwu liczb zespolonych przesuniętych w fazie o kąt  $\varphi$ . W rezultacie fala wypadkowa  $E = E_1 + E_2$  wynosi

$$E = [2E_0 \cos(\varphi / 2)] \sin(\omega t + \beta). \quad (4)$$

Natężenie promieniowania jest proporcjonalne do kwadratu wypadkowej amplitudy drgań równej  $2E_0 \cos(\varphi / 2)$

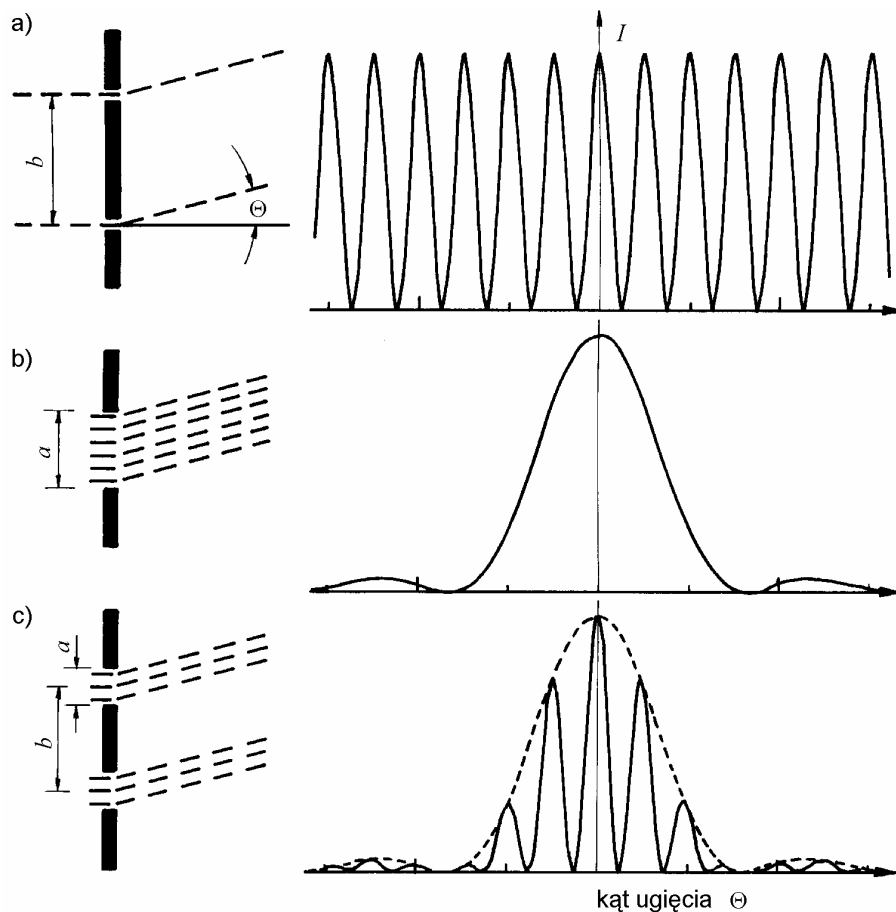
$$I \propto \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right). \quad (5)$$

Ponieważ rozmiary obrazu interferencyjnego (kilkanaście mm) są małe w porównaniu do odległości szczelina–ekran  $l$  (kilkadziesiąt cm) przyjąć można, że  $\sin \theta \cong x / L$ . Wykorzystując to ostatnie przybliżenie i wzór (2), otrzymujemy końcową formułę na natężenie światła w funkcji odległości  $x$  w postaci

$$I(x) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d x}{L \lambda}\right). \quad (6)$$

Natężenie światła na ekranie tworzy zatem równo oddalone prążki których maksima jasności odpowiadają maksimum funkcji  $\cos^2$  (rys. 2a). Ponieważ maksima kwadratu cosinusa występują dla wartości kąta  $m\pi$ , gdzie  $m$  jest liczbą całkowitą, maksymalne natężenie światła  $I_0$  obserwuje się na ekranie w położeniach  $x$  równych

$$x_{\max} = \frac{m \lambda L}{d}. \quad (7)$$



**Rys. 2.** Natężenie światła w obrazach dyfrakcyjnych dla: a) dwu bardzo wąskich szczelin; b) pojedynczej szczeliny; c) dwu szczelin o skończonej szerokości, dla stosunku  $a/d = 0,3$ . Rysunki z lewej strony określają geometrię szczelin

### Dyfrakcja na pojedynczej szczelinie

Rozpatrujemy pojedynczą szczelinę o skończonej szerokości  $a$ . W celu obliczenia natężenia promieniowania obserwowanego pod kątem  $\theta$  należy szczelinę podzielić na dużą liczbę odcinków i obliczyć sumę dużej liczby fal cząstkowych pochodzących od każdej „części” szczeliny. Problem jest więc matematycznie trudniejszy od przypadku dwu wąskich szczelin. Szczegóły obliczenia wyjaśnione są w podręcznikach (Halliday–Resnick–Walker, część 4).

Przy tym samym założeniu o małych rozmiarach kątowych obrazu dyfrakcyjnego, ( $x \ll L$ ) rozkład natężenia światła  $I(x)$  wyraża się wzorem

$$I(x) = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \text{ gdzie } \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \cong \frac{\pi a x}{\lambda L}. \quad (8)$$

Rysunek 2b przedstawia wykres natężenia światła. Jego charakterystyczną cechą jest występowanie silnego maksimum głównego, otoczonego prążkami o znacznie słabszych natężeniach, malejących ze wzrostem numeru prążka  $m$ .

Wszystkie przedstawione poniżej własności obrazu dyfrakcyjnego pojedynczej szczeliny wyprowadzić można przez badanie funkcji (8). Minima natężenia światła, odpowiadające miejscom zerowym funkcji (8), znajdziemy dla

$$x_{\min} = m \frac{\lambda L}{d}. \quad (9)$$

Natomiast w dobrym przybliżeniu maksima boczne, odpowiadające maksimum funkcji  $(\sin\alpha)^2$ , wypadają dla wartości współrzędnej  $x$  równych

$$x_{\max} \cong \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d}. \quad (10)$$

W obydwu wzorach liczba  $m = \pm 1, 2, 3 \dots$  określa numer kolejnego minimum oraz numer kolejnego prążka bocznego.

Stosunki wartości natężenia światła w maksimach bocznych do natężenia maksimum głównego wynoszą

$$\frac{I(x_{\max})}{I_0} \cong \frac{1}{\pi^2 \left(m + \frac{1}{2}\right)^2}. \quad (11)$$

### Dwie szczeliny o skończonej szerokości

W rzeczywistym doświadczeniu szerokość szczelin  $a$  stanowi znaczną część odległości między szczelinami  $d$  (rys. 2c). Rozkład natężenia

$$I(x) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 (\cos \beta)^2, \quad \text{gdzie } \beta \cong \frac{\pi d x}{\lambda L}, \quad \alpha \cong \frac{\pi a x}{\lambda L}. \quad (12)$$

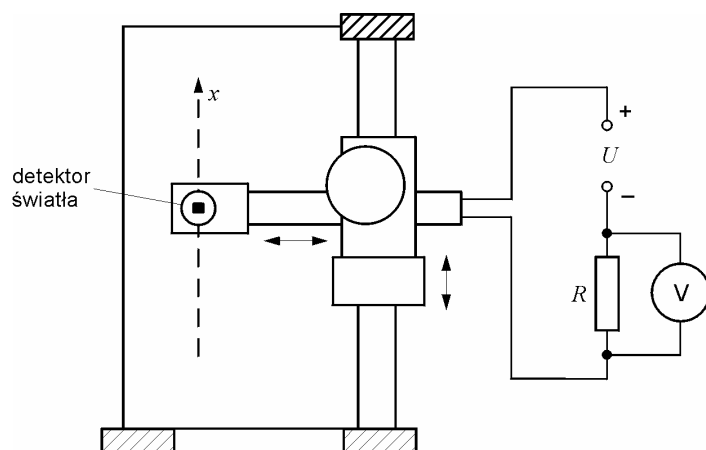
jest iloczynem dwu czynników omawianych uprzednio.

Czynnik  $\cos^2\beta$  opisuje prążki interferencyjne obserwowane w położeniach takich samych (wzór (7)) jak w przypadku wąskich szczelin. Maksymalne natężenia światła w tych prążkach nie jest już stałe, lecz „zmodulowane” przez czynnik dyfrakcyjny  $(\sin\alpha/\alpha)^2$  pojedynczej szczeliny. Powoduje to, że niewielką liczbę najjaśniejszych prążków obserwujemy tylko w obszarze środkowego maksimum dyfrakcyjnego, w rejonach bocznych maksimumów dyfrakcyjnych prążki są ledwo widoczne.

### Obserwacja zjawiska z wykorzystaniem lasera

Źródłem światła monochromatycznego i spójnego jest laser półprzewodnikowy zasilany napięciem kilku V (wytwarzany przez zasilacz sieciowy). Laser wytwarza wiązkę światła spójnego i monochromatycznego.

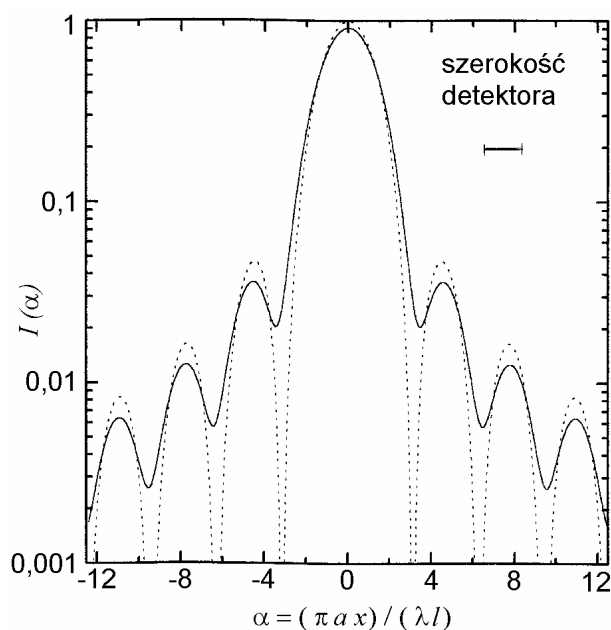
Rysunek 3 przedstawia schemat układu do pomiaru natężenia światła. Detektorem światła jest fotodioda. Jest to element półprzewodnikowy w objętości którego fotony padającego światła wytwarzają swobodne elektrony. Pod działaniem przyłożonego napięcia  $U$  elektrony te płyną do obwodu zewnętrznego jako prąd  $I$  proporcjonalny do natężenia padającego światła. Prąd ten z kolei wytwarza na oporniku  $R$  napięcie  $U = IR$  mierzone woltomierzem cyfrowym.



**Rys. 3.** Układ pomiarowy do badania dyfrakcji i interferencji (widok w kierunku prostopadłym do wiązki laserowej)

Wyjaśnienia wymaga problem zdolności rozdzielczej naszego detektora. Fotodiodzie należy się przyjrzeć, by stwierdzić, że we wnętrzu obudowy mamy krzemowy element czynny w kształcie kwadracika o boku około 0,8 mm. Detektor uśrednia zatem funkcję  $I(x)$  po tej długości, co prowadzi m.in. do obniżenia natężenia światła w maksimach i powstania niezerowego sygnału w minimach (gdzie natężenie światła powinno teoretycznie spaść do zera). Obliczony teoretycznie wpływ tego efektu na obserwowaną funkcję  $I(x)$  dla pojedynczej szczeliny przedstawia rysunek 4.

Również inne odstępstwa eksperymentu od założeń teorii, jak np. nierówne szczeliny czy też niezupełna równoległość wiązki laserowej, przyczyniają się do rozmywania obrazów dyfrakcyjnych i słabszego natężenia w prążkach bocznych.



**Rys. 4.** Idealny obraz dyfrakcyjny dla pojedynczej szczeliny (wzór 8, linia przerywana) i efekt wpływu skończonej szerokości detektora (linia ciągła). W przeciwieństwie do rysunku 2b ten wykres wykonano we współrzędnych półlogarytmicznych