

Ćwiczenie 27

Pomiar prędkość dźwięku w powietrzu przy pomocy zmodyfikowanej metody Quinckego

Joanna Janik-Kokoszka, Roman Kokoszka, Anna Wnęk

Cel ćwiczenia

Wyznaczenie prędkości rozchodzenia się dźwięku w powietrzu, do wykonania w domu. Wariacja metody podanej przez niemieckiego fizyka Georga Hermanna Quinckego, wykorzystującej zjawisko rezonansu akustycznego.

Wprowadzenie

Istotą ruchu falowego jest to, że dzięki niemu energia może być przekazywana pomiędzy dwoma punktami bez równoczesnego transportu materii między nimi. Wszystkie fale można podzielić na dwie grupy:

- fale elektromagnetyczne – nie potrzebują ośrodka do rozchodzenia się; przykładem są fale świetlne, radiowe, promieniowanie γ itp.
- fale mechaniczne – są zaburzeniami mechanicznymi ośrodka, w którym się rozchodzą; przykładem tego typu fal są fale w strunie, fale rozchodzące się na wodzie, fale akustyczne itp.

Ze względu na kierunek drgań ośrodka względem kierunku ruchu fali rozróżnia się:

- fale poprzeczne – kierunek drgań jest prostopadły do kierunku ruchu fali;
- fale podłużne – kierunek drgań jest taki sam, jak kierunek rozchodzenia się fali.

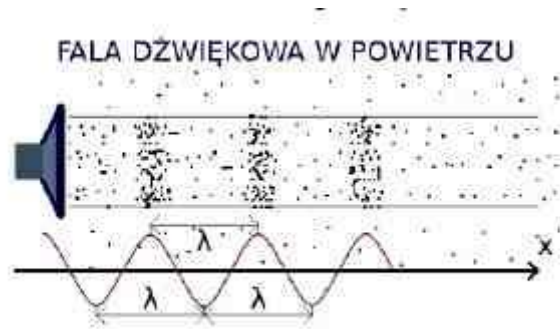
Fala dźwiękowa jest falą mechaniczną. W powietrzu rozchodzą się wyłącznie podłużne fale dźwiękowe¹. Zaburzenie mechaniczne ośrodka, które rozchodzi się w przestrzeni jako fala można opisać wzorem:

$$y = y_m \sin(kx - \omega t - \varphi) \quad (1)$$

gdzie y_m - amplituda fali, k – liczba falowa ($k = 2\pi/\lambda$, λ - długość fali), ω – częstość fali, ($\omega = 2\pi/T = 2\pi f$, T - okres fali, f – częstotliwość fali), φ – faza fali.

Proszę zwrócić uwagę, że w przypadku fali poprzecznej y oraz x (równanie (1)) są równoległe do siebie.

¹ W ciałach stałych mogą się rozchodzić również poprzeczne fale akustyczne.



Rysunek 1: Fala dźwiękowa jest wynikiem zaburzeń gęstości powietrza. Ruch cząsteczek jest taki sam, jak kierunek rozchodzenia się fali, co powoduje powstanie rejonów zagęszczeń oraz rozrzedzeń powietrza, zilustrowanych na rysunku².

Jeżeli dwie fale (lub więcej) spotkają się w pewnym punkcie przestrzeni, dochodzi do ich superpozycji i wypadkowe zaburzenie y w tym miejscu jest sumą zaburzeń składowych, pochodzących od każdej z fal niezależnie. Jeżeli nakładające się fale mają taką samą częstotliwość oraz stałą w czasie różnicę faz, dochodzi do interferencji, w wyniku której powstaje fala wypadkowa o tej samej częstotliwości, ale o amplitudzie zależnej od przesunięcia fazowego pomiędzy nimi.

Jeżeli dwie fale o tej samej prędkości, częstotliwości, amplitudzie i fazie poruszają się w przeciwnych kierunkach, wówczas w wyniku ich interferencji powstaje tzw. fala stojąca. Poniższe wyprowadzenie dotyczy zarówno fal poprzecznych, jak i podłużnych. Zapisujemy równania fal biegnących w przeciwnych kierunkach jako:

$$y_1 = y_0 \sin(kx - \omega t) \quad (2)$$

oraz:

$$y_2 = y_0 \sin(kx + \omega t) \quad (3)$$

Z zasady superpozycji wynika, że:

$$y = y_1 + y_2 = y_0 \sin(kx - \omega t) + y_0 \sin(kx + \omega t) \quad (4)$$

Korzystając ze wzorów trygonometrycznych możemy wyliczyć wypadkowe przemieszczenie:

$$y = y_0[(\sin kx \cos \omega t - \sin \omega t \cos kx) + (\sin kx \cos \omega t + \sin \omega t \cos kx)] \quad (5)$$

$$y = (2y_0 \sin kx) \cos \omega t = A_x \cos \omega t \quad (6)$$

Otrzymane równanie jest równaniem fali stojącej. W przeciwieństwie do fali biegnącej, gdzie wszystkie cząsteczki drgały z tą samą amplitudą, amplituda drgań cząsteczek fali stojącej zależy od ich położenia. Amplituda ta ma minimalną wartość dla wszystkich

² Rysunek pochodzi ze strony <http://nowyolimp.net/?iss=62&id=1146>

x , takich, że $\sin kx = 0$, czyli $kx = n\pi$, gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$, co odpowiada wartościom x równym:

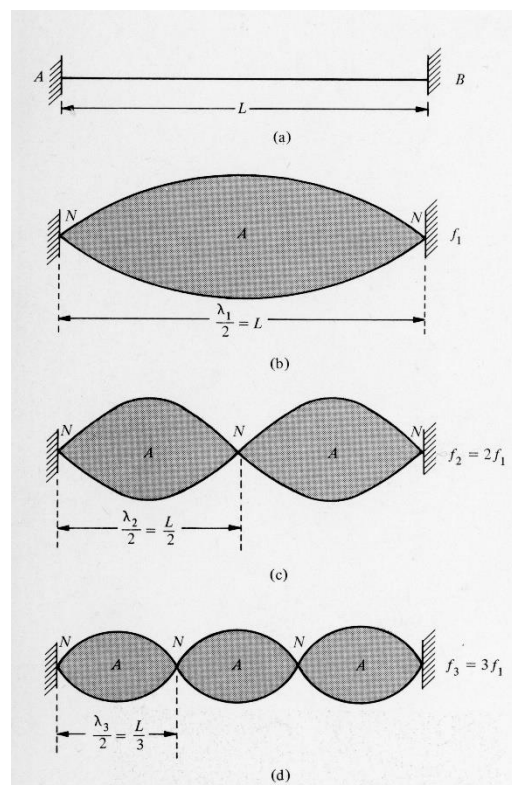
$$x = \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots \quad (7)$$

Punkty te nazywa się węzłami i amplituda ma dla nich wartość równą zero (czyli cząsteczki nie wykonują drgań). Punkty węzłowe są odległe od siebie o połowę długości fali. Pomiedzy punktami węzłowymi znajdują się tzw. „strzałki”, czyli punkty, których amplituda drgań jest największa. Korzystając z tego, że dla strzałek:

$\sin kx = 1$, otrzymujemy ich położenia jako:

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots \quad (8)$$

Przykłady fal stojących dla struny umocowanej na obu końcach są przedstawione na rysunku 2.



Rysunek 2 Poprzeczne fale stojące dla strun. Węzły powstają w miejscach zamocowania struny. Zaciemniony obszar pokazuje granice, w jakich wykonują drgania poszczególne części struny.³

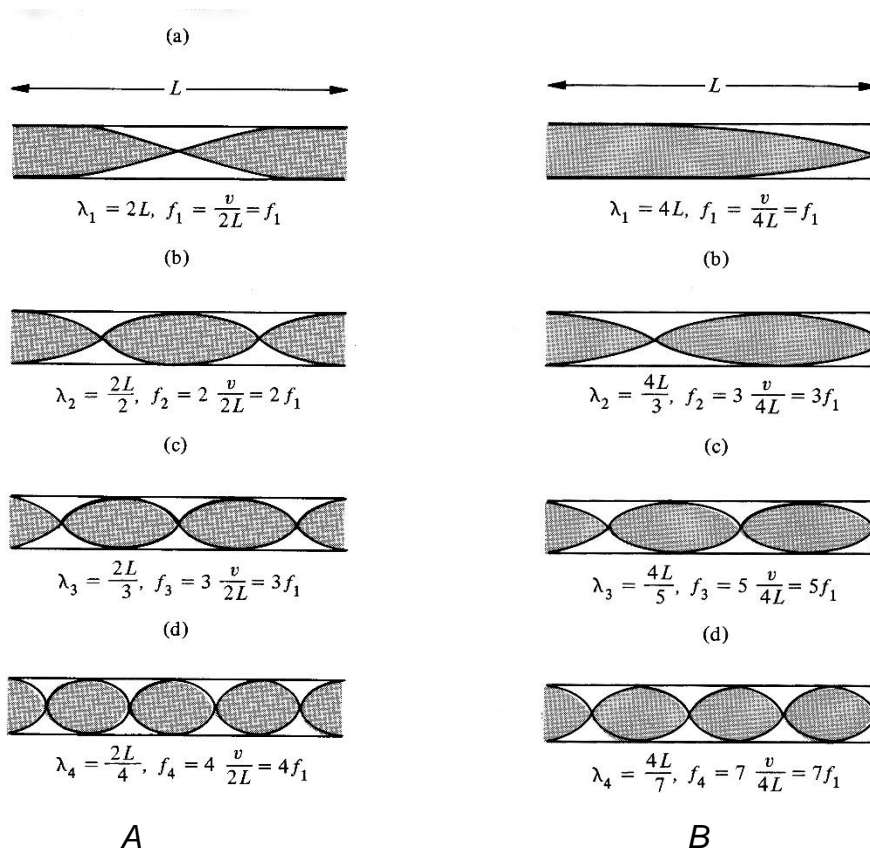
³ „Introductory College Physics”, Atam P. Arya, Collier Macmillan International Editions, 1979

Najniższa częstotliwość fali stojącej jest dana równaniem:

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1}{2L} v \quad (9)$$

Częstotliwość ta jest nazywana częstotliwością podstawową, natomiast kolejne częstotliwości ($f_n = \frac{n}{2L} v$, gdzie $n = 2, 3, \dots$) nazywa się wyższymi harmonicznymi.

Fale stojące mogą powstawać również dla fal podłużnych. Na rysunku przedstawione są kolejne fale stojące w otwartych obustronnie (rys. 3A) lub zamkniętych z jednej strony rurach (ta sytuacja będzie odpowiadała badanej w doświadczeniu tubie) (rys. 3B).



Rysunek 3: Kolejne harmoniczne dla A) obustronnie otwartej oraz B) jednostronnie zamkniętej rury⁴. (L – długość rury, f_n - kolejne częstotliwości rezonansowe -tzw. harmoniczne). Uwaga: fala dźwiękowa jest falą podłużną, więc na rysunku pokazane są nie przemieszczenia, ale wartości amplitud przemieszczeń cząsteczek powietrza odpowiadające danemu punktowi.

W przypadku odbicia od powierzchni „twardszej” niż ośrodek, w którym rozchodzi się fala, obserwuje się zmianę fazy na przeciwną. W związku z tym fala stojąca dla słupa powietrza zamkniętego z jednej strony, będzie mieć węzeł w miejscu „twardej” granicy ośrodka (czyli dna tuby), oraz strzałkę w miejscu „miękkiej” granicy ośrodka (czyli otwartego końca tuby i granicy powietrze-powietrze).

⁴ „Introductory College Physics”, Atam P. Arya, Collier Macmillan International Editions, 1979

Metoda Quinckego polega na zmianie wysokości słupa powietrza (ośrodek) w rurze, w której rozchodzi się fala akustyczna o określonej częstotliwości. Przy odpowiednio dobranej wysokości słupa powietrza dochodzi do zjawiska rezonansu, który można zaobserwować jako wyraźny wzrost głośności słyszanego dźwięku.

W obecnym ćwiczeniu, w celu uzyskania rezonansu, zamiast zmieniać wysokość słupa powietrza przy ustalonej częstotliwości, zmieniana będzie częstotliwość przy ustalonej wysokości słupa powietrza. Interferujące ze sobą fale to fala generowana z głośnika i fala odbita od dna rury/ tuby.

Ogólnie częstotliwość rezonansową fali stojącej powstającej w jednostronnie zamkniętej tubie z uwzględnieniem średnicy tuby, można zapisać jako⁵:

$$f = \frac{nv}{4(L+0,4d)} \quad (10)$$

gdzie f - częstotliwość rezonansu w tubie zamkniętej jednostronnie,
 n - liczba naturalna nieparzysta,
 v - prędkość dźwięku w powietrzu,
 L - długość tuby,
 d - średnica tuby.

Równanie (10) posłuży w ćwiczeniu do wyznaczenia prędkości dźwięku w powietrzu.

⁵ https://en.wikipedia.org/wiki/Acoustic_resonance#cite_note-Jaap-3. We wzorze jest uwzględniona poprawka na to, że długość rury nie jest znacznie większa niż jej średnica.