

Spis treści

1	Wprowadzenie do teorii liczb; trochę historii	3
1.1	Jak człowiek zaczął liczyć	3
1.2	Egipt i Grecja; systemy kodowania liczb	3
1.3	Ułamki egipskie	3
1.4	Starożytna Babilonia – trójki pitagorejskie	3
1.5	Pitagoras	3
1.6	Liczby trójkątne	3
1.7	. . . i ich własności	3
1.8	Liczby kwadratowe	4
1.9	Leonardo Fibonacci	4
1.10	. . . i jego liczby	4
2	Podzielność liczb. Liczby pierwsze i liczby złożone	5
2.1	Podzielność, $NWD = (a, b)$, algorytm Euklidesa	5
2.2	Parzystość, nieparzystość, systemy liczbowe	5
2.3	liczby pierwsze, rozkład liczby złożonej na czynniki	5
2.4	Suma i iloczyn dzielników; liczby doskonałe i liczby zaprzyjaźnione	5
2.5	Funkcje arytmetyczne – 1; funkcja ϕ Eulera	5
2.6	Liczby pierwsze Mersenne’a i Fermata	5
2.7	Rozmieszczenie liczb pierwszych, hipoteza Goldbacha, tw. Lejeune-Dirichleta	5
3	Równania diofantyczne i ułamki łańcuchowe	6
3.1	Równania diofantyczne – wprowadzenie	6
3.2	Równania diofantyczne liniowe	6
3.3	Ułamki łańcuchowe i ich redukty	6
3.4	Rekurencje dla reduktów	6
3.5	Ułamki łańcuchowe i liczby niewymierne	6
3.6	Ułamki łańcuchowe i równanie diofantyczne	6
3.7	Drzewo Sterna-Brocota; ułamki Farleya	6
4	Kongruencje	7
4.1	Pierwsze kroki	7
4.2	Skromne korzyści praktyczne	7
4.3	Rachunek kongruencji	7
4.4	Kongruencje kwadratowe; symbol Legendre’a i Jacobiego	7
4.5	Twierdzenie Wilsona	7
4.6	Twierdzenie Eulera	7
4.7	Funkcje arytmetyczne – 2; Funkcja Carmichaela i funkcja Möbiusa	7
4.8	Pierwiastki pierwotne i logarytmy dyskretne	8

4.9	Odwrotne twierdzenie Fermata	8
4.10	Hipoteza (twierdzenie) Waringa	8
5	Współczesne zastosowania teorii liczb	9
5.1	Zastosowania różne	9
5.2	Kilka epizodów z historii kryptografii	9
5.3	Kryptografia z kluczem tajnym	9
5.4	Kryptografia z kluczem publicznym	9
6	Noty biograficzne	10
6.1	Leonard Euler	10
6.2	Pierre Fermat	10
6.3	Karl Gauss	10
6.4	Derrick Lehmer	10
6.5	Marin Mersenne	10
7	Wykorzystane źródła	11

Rozdział 1

Wprowadzenie do teorii liczb; trochę historii

Pierwsi rachmistrzowie

1.1 Jak człowiek zaczął liczyć

—klik

1.2 Egipt i Grecja; systemy kodowania liczb

—klik

1.3 Ułamki egipskie

—klik

1.4 Starożytna Babylonia – trójki pitagorejskie

—klik

1.5 Pitagoras

—klik

1.6 Liczby trójkątne ...

—klik

1.7 ...i ich własności

—klik

1.8 Liczby kwadratowe

—klik

1.9 Leonardo Fibonacci ...

—klik

1.10 ...i jego liczby

—klik

Rozdział 2

Podzielność liczb. Liczby pierwsze i liczby złożone

2.1 Podzielność, $NWD = (a, b)$, algorytm Euklidesa

—klik

2.2 Parzystość, nieparzystość, systemy liczbowe

—klik

2.3 liczby pierwsze, rozkład liczby złożonej na czynniki

—klik

2.4 Suma i iloczyn dzielników;
liczby doskonałe i liczby zaprzyjaźnione

—klik

2.5 Funkcje arytmetyczne – 1; funkcja ϕ Eulera

—klik

2.6 Liczby pierwsze Mersenne’a i Fermata

—klik

2.7 Rozmieszczenie liczb pierwszych,
hipoteza Goldbacha, tw.Łejeune-Dirichleta

—klik

Rozdział 3

Równania diofantyczne i ułamki łańcuchowe

3.1 Równania diofantyczne – wprowadzenie

[—klik](#)

3.2 Równania diofantyczne liniowe

[—klik](#)

3.3 Ułamki łańcuchowe i ich redukty

[—klik](#)

3.4 Rekurencje dla reduktów

[—klik](#)

3.5 Ułamki łańcuchowe i liczby niewymierne

[—klik](#)

3.6 Ułamki łańcuchowe i równanie diofantyczne

[—klik](#)

3.7 Drzewo Sterna-Brocota; ułamki Farleya

[—klik](#)

Rozdział 4

Kongruencje

Rachunek kongruencji

4.1 Pierwsze kroki

[—klik](#)

4.2 Skromne pożytki praktyczne

[—klik](#)

4.3 Rachunek kongruencji

[—klik](#)

4.4 Kongruencje kwadratowe; symbol Legendre’a i Jacobiego

[—klik](#)

4.5 Twierdzenie Wilsona

[—klik](#)

4.6 Twierdzenie Eulera

[—klik](#)

4.7 Funkcje arytmetyczne – 2; Funkcja Carmichaela i funkcja Möbiusa

[—klik](#)

4.8 Pierwiastki pierwotne i logarytmy dyskretne

—klik

4.9 Odwrotne twierdzenie Fermata

—klik

4.10 Hipoteza (twierdzenie) Waringa

—klik

Rozdział 5

Współczesne zastosowania teorii liczb

5.1 Zastosowania różne

—klik

obliczenia modułowe

kongruentne generatory liczb losowych

weryfikacja poprawności numerów (np. ISBN)

Bardzo krótki wstęp do kryptografii

5.2 Kilka epizodów z historii kryptografii

—klik

5.3 Kryptografia z kluczem tajnym

—klik

5.4 Kryptografia z kluczem publicznym

—klik

potwierdzenie tożsamości

wymiana klucza – Diffie, Hellman

System RSA

Rozdział 6

Noty biograficzne

6.1 Leonard Euler
—klik

6.2 Pierre Fermat
—klik

6.3 Karl Gauss
—klik

6.4 Derrick Lehmer
—klik

6.5 Marin Mersenne
—klik

Rozdział 7

Wykorzystane źródła ...

...czyli skąd autor czerpał mądrości

Spis książek na następnej stronie

Bibliografia

- [Yan 06] Song Y. Yan, *Teoria liczb w informatyce*, PWN, Warszawa, 2006.
- [Knuth 66] R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik, *Matematyka konkretna*, PWN, Warszawa, 1996.
- [O_Ore 88] Oystein Ore, *Number Theory and Its History*, Dover, Publ. Inc., New York, 1988 (reprint wydania 1948).
- [Burton 97] D. M. Burton, *The History of Mathematics, an Introduction*, McGraw-Hill Co., 1997.
- [Conway 04] J. H. Conway, R. K. Guy, *Księga liczb*, WNT, Warszawa, 2004.
- [Ma-Zar 06] W. Marzantowicz, P. Zarzycki, *Elementarna teoria liczb*, PWN, Warszawa, 2006.
- [Ribin 97] P. Ribenboim, *Mała księga wielkich liczb pierwszych*, WNT, Warszawa, 1997.
- [Sierp 70] W. Sierpiński, *250 Problems in Elementary Number Theory*, Elsevier(New York)–PWN(Warszawa),1970.
- [Sierp 87] W. Sierpiński, *Elementary Theory of Numbers*, North-Holland(Amst.)-PWN(W-wa),1987.
- [Kourl 01] L. Kourliandtchik, *Impresje liczbowe*, OW „Tutor”, Toruń, 2001.
- [Koblz 94] N. Koblitz, *Wykład z teorii liczb i kryptografii*, WNT, Warszawa, 1994.
- [Ifrah 90] G. Ifrah, *Dzieje liczby czyli historia wielkiego wynalazku*, ZNiO, Wrocław 1990.
- [Singh 00] S. Singh, *The Code Book*, Anchor Books, NY, 2000.