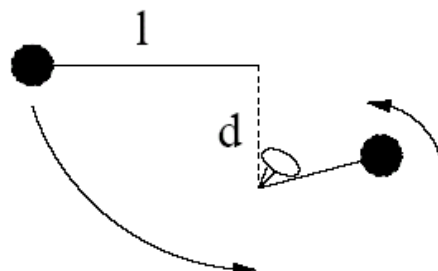


1. Cząstka o masie  $m$  porusza się na płaszczyźnie  $xy$  zgodnie z równaniami ruchu:  $x = b\cos(t)$   $y = a\sin(t)$ . Podaj:
  - tor cząstki,
  - zależność prędkości i energii kinetycznej od czasu,
  - wartość i kierunek siły działającej na cząstkę,
  - pracę wykonaną przez tę siłę pomiędzy punktami  $(b; 0)$  i  $(0; a)$ ,
  - pracę przy pełnym cyklu,
  - zależność energii potencjalnej od położenia,
  - energii całkowitej i jej zależność od czasu.
2. Jaką pracę należy wykonać, aby ciało o masie 2 kg pozostające w ruchu (a) zwiększyło swoją prędkość od 2 m/s do 5 m/s, (2) zatrzymało się, jeśli jego prędkość początkowa  $v_0 = 8$  m/s.
3. Kamień rzucony po powierzchni lodu z prędkością  $v = 2$  m/s przebył do chwili całkowitego zatrzymania się odległość  $s = 20.4$  m. Znaleźć współczynnik tarcia o lód, uważając go za stały.
4. Wagon o ciężarze 20 T, jadący ruchem jednostajnie opóźnionym, po upływie pewnego czasu zatrzymuje się wskutek działania siły tarcia 6000 N. Prędkość początkowa wagonu wynosi 54 km/h. Znaleźć: (1) pracę sił tarcia, (2) drogę, jaką wagon przebędzie do chwili zatrzymania się.
5. Kamień o masie  $m$  spadł z pewnej wysokości, przy czym spadanie trwało  $t$  sekund. Znaleźć kinetyczną i potencjalną energię kamienia w środkowym punkcie drogi.
6. Na pionowo ustawioną sprężynę o współczynniku sprężystości  $k$  spada ciało o masie  $m$ . Jaka jest prędkość ciała w momencie zetknięcia się ze sprężyną, jeżeli skraca się ona pod wpływem uderzenia o  $x$ .
7. Poziomo ustawiona sprężyna spoczywa na poziomej powierzchni. Z jednej strony jest umocowana na sztywno, z drugiej ma przymocowane ciało o masie  $m$ . Sprężynę naciągnięto o  $x$ . Jaką drogę względem położenia równowagi pokona ciało po puszczeniu sprężyny, jeżeli współczynnik tarcia kinetycznego wynosi  $\mu$ , a współczynnik sprężystości sprężyny  $k$ ? Skorzystać z zasady zachowania energii.
8. Sprężyna o współczynniku sprężystości  $k$ , której masę pomijamy, umocowana jest poziomo. Ze sprężyną zderza się ciało, powodując jej ściśnięcie o  $x$ , licząc od położenia równowagi. Obliczyć prędkość ciała w momencie zderzenia, jeżeli współczynnik tarcia wynosi  $\mu$ . Skorzystać z zasady zachowania energii.
9. Ciało ześlizguje się najpierw po równi pochyłej o kącie nachylenia  $\alpha$ , a następnie po płaszczyźnie poziomej. Znaleźć wartość współczynnika tarcia, jeżeli droga przebyta po płaszczyźnie poziomej jest równa drodze przebytej wzdłuż równi. Skorzystać z zasady zachowania energii.
10. Piłeczka po uderzeniu o podłogę traci  $1/k$  część swojej energii kinetycznej. Znaleźć całkowitą drogę, jaką przebędzie piłeczka zrzucona z wysokości  $h$ , aż do chwili zatrzymania. Współczynnik  $k > 1$ .
11. Na walcu o masie  $M$  i promieniu  $R$  nawinięta jest linka. Linka jest ciągnięta do góry i odwija się z walca z taką prędkością, że środek ciężkości walca nie zmienia swego położenia. Jakie jest napięcie linki? Jaka praca została wykonana nad walcem do chwili, gdy osiągnął on prędkość kątową  $\omega$ ? Jaka długość linki odwinęła się do tego czasu?

12. Gwóźdź jest umieszczony w odległości  $d$  poniżej punktu zawieszenia. Wykazać, że  $d$  musi być równe przynajmniej  $0,6l$ , jeśli kulka ma się poruszać po torze kołowym, w którego środku znajduje się gwóźdź.

13. Kulę bilardową rzucono w ten sposób, że początkowo, zamiast toczyć się, wpada ona w poślizg z prędkością początkową  $V_0$ . Wykazać, że gdy prędkość kulki spadnie do  $5/7V_0$ , wtedy przestanie się ona ślizgać, a zacznie toczyć (poślizg kończy się, gdy skierowana ku przodowi prędkość najniższego punktu kuli jest równa zero.)



14. Ciało spada swobodnie z wysokości  $h = 10\text{m}$ .

    Po jakim czasie energia kinetyczna jest równa energii potencjalnej?

15. Kamień o masie  $m = 100\text{g}$ , po ześlizgnięciu się z równi pochyłej o wysokości  $h = 3\text{m}$ , uzyskał prędkość końcową  $v = 6\text{m/s}$ . Znaleźć pracę siły tarcia.

16. Kamień o masie  $2\text{kg}$  spadł z pewnej wysokości, przy czym spadanie trwało  $1,43\text{s}$ . Znaleźć kinetyczną i potencjalną energię kamienia w środkowym punkcie drogi. Opór powietrza pominąć.

17. Chłopiec ciągnie sanki o masie  $5\text{kg}$  ze stałą prędkością, po poziomej powierzchni na drodze  $9\text{m}$ . Jaką pracę wykona on przy ciągnięciu, jeśli współczynnik tarcia kinetycznego wynosi  $0,20$ , a sznurek tworzy kąt  $45^\circ$  z poziomem?

18. Punkt materialny o masie  $m$  zawieszony na nieważkiej nici o długości  $l$  przemieszczamy po drodze kołowej o promieniu  $l$  od położenia, w którym  $\phi = 0$  do położenia  $\phi = \phi_0$  przykładając do niego pewną stałą poziomą siłę  $F$ . Obliczyć pracę wykonaną przez siłę  $F$ .

19. Neutron, jedna z cząstek tworzących jądro, przebiega między dwoma punktami odległymi od siebie o  $6,0\text{m}$  w czasie  $1,8 \cdot 10^{-4}\text{s}$ . Znaleźć jego energię kinetyczną zakładając, że prędkość neutronu jest stała. Masa neutronu wynosi  $1,7 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ .

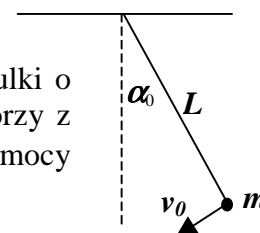
20. Klocek ważący  $4\text{kg}$  ślizga się po gładkim, poziomym stole z prędkością  $2,0\text{m/s}$ . Napotkawszy na swojej drodze sprężynę klocek ten ścisną ją i zatrzymuje się. O ile zostanie ściśnięta sprężyna, jeśli jej współczynnik sprężystości wynosi  $1,6\text{kG/m}$ ?

21. Pokazać na podstawie rozważań energetycznych, że minimalna odległość, na jakiej może zatrzymać się samochód o masie  $m$ , jadący po poziomej drodze z prędkością  $v$ , wynosi  $v^2/2 \mu_s g$ , gdzie  $\mu_s$  jest współczynnikiem tarcia statycznego między oponami i drogą.

22. Samochód ciężarowy może wjeżdżać pod górę po drodze, której nachylenie wynosi  $0,3\text{m}$  na  $15\text{m}$ , z prędkością  $24\text{km/h}$ . Siła oporu równa jest  $1/25$  ciężaru samochodu. Z jaką prędkością będzie zjeżdżał ten samochód z tej samej góry, przy tej samej mocy silnika.

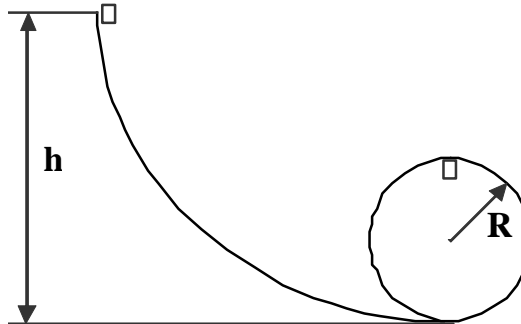
23. Ciało ześlizguje się najpierw po równi pochyłej o nachyleniu  $\alpha$  do poziomu, a następnie porusza się po płaszczyźnie poziomej. Obliczyć wartość współczynnika tarcia, jeżeli ciało przebywa wzdłuż poziomego odcinka drogi (do chwili zatrzymania) taką samą odległość jak podczas zsuwania się z równi.

24. Wahadło matematyczne (rys.) składa się z nici o długości  $L$  i kulki o masie  $m$ . W chwili gdy kulka ma prędkość  $v_0$ , nić wahadła tworzy z pionem kąt  $\alpha_0$  ( $0 < \alpha_0 < \pi/2$ ). Przy pomocy  $g$  oraz przy pomocy



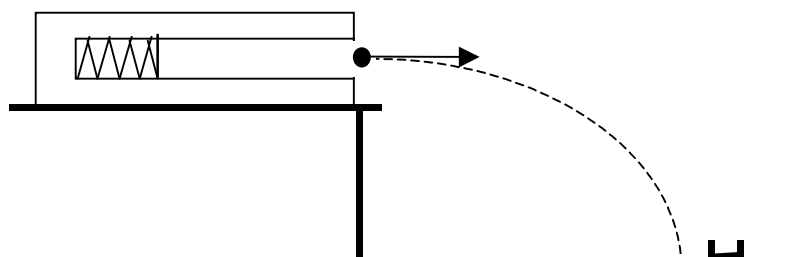
podanych wyżej wielkości określić: a) całkowitą energię mechaniczną układu; b) prędkość  $v_1$  kulki w jej najniższym położeniu; c) najmniejszą wartość prędkości  $v_2$ , którą mogłaby mieć  $v_0$ , aby nieć podczas ruchu osiągnęła położenie poziome; d) prędkość  $v_3$  taką, że jeśli  $v_0 > v_3$  to wahadło nie będzie wykonywało drgań, lecz będzie poruszało się w sposób ciągły po okręgu koła w płaszczyźnie pionowej.

25. Po torze wygiętym tak jak na rysunku zsuwa się bez tarcia klocek o masie  $m$ . Z jakiej wysokości musi zsunąć się klocek, aby nie odpadł w najwyższym punkcie pętli?

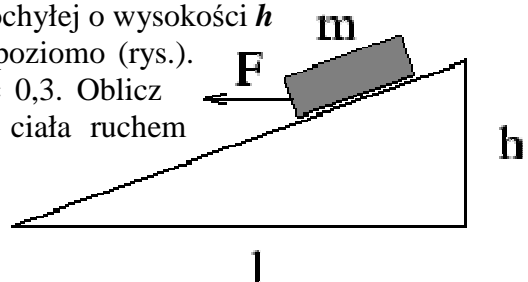


26. Parowóz o masie  $m$  porusza się ze stałą prędkością  $v$  po torze wznoszącym się pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Obliczyć pracę wykonaną na drodze  $s$  i moc silnika jeżeli współczynnik tarcia wynosi  $\mu$ .
27. Po równi pochyłej o wysokości  $h$  i długości  $l$  ześlizguje się ciało o masie  $m$ . Obliczyć: a) energię kinetyczną ciała u podnóża równi, b) prędkość ciała u podnóża równi, c) odległość przebytą przez ciało po zsunieniu się z równi wzdłuż poziomego odcinka drogi do chwili zatrzymania się. Współczynnik tarcia wzdłuż całej drogi uważać za stały i równy  $\mu$ .
28. Pocisk o masie  $m = 5\text{kg}$  poruszający się z prędkością  $v_1 = 800\text{m/s}$  przebija deskę grubości  $d = 2\text{cm}$  i leci dalej z prędkością  $v_2 = 600\text{m/s}$ . Oblicz średnią wartość siły oporu działającą na pocisk podczas przebijania deski.
29. Cząstka o masie  $m$  porusza się po pionowym okręgu o promieniu  $R$  po wewnętrznej stronie toru. Gdy znajduje się w najniższym położeniu ma prędkość  $v_0$ . Jaka powinna być wartość tej prędkości ( $v_{0m}$ ), aby cząstka nie oderwała się w najwyższym punkcie? Przypuśćmy, że  $v_0 = 0,775v_{0m}$ . Wyznaczyć położenie katowe punktu, w którym cząstka oderwie się od toru.

30. Dwoje dzieci bawi się w grę, w której z pistoletu sprężynowego należy trafić do małego pudełka. Pierwsze dziecko ścisną sprężynę o  $1\text{cm}$  i kulka upada o  $20\text{cm}$  przed pudełkiem, które jest w poziomie oddalone o  $2\text{m}$  od brzegu stołu (rys). Jak powinno ścisnąć sprężynę drugie dziecko, aby trafić do pudełka?

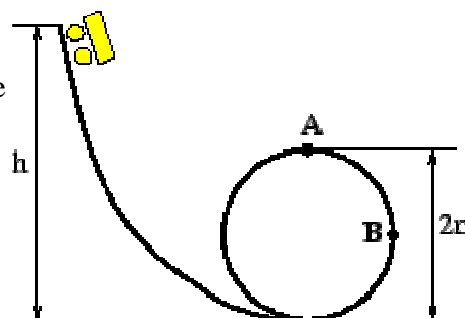


31. Ciało o masie  $m = 100\text{kg}$  zsuwane jest z równi pochyłej o wysokości  $h = 1\text{m}$  i podstawie  $l = 10\text{m}$  siłą  $F$  przyłożoną poziomo (rys.). Współczynnik tarcia ciała o równię wynosi  $f = 0,3$ . Oblicz pracę wykonaną przez siłę  $F$  przy zsuwaniu ciała ruchem jednostajnym wzdłuż całej równi.



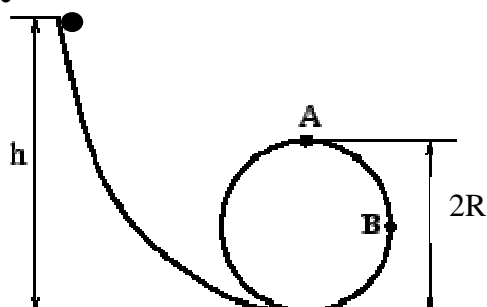
32. Kulka o masie  $m$  została wystrzelona z prędkością  $v_0$  pionowo w dół z wysokości  $H$  i wryła się w ziemię na głębokość  $h$ . Nie uwzględniając sił tarcia w czasie lotu w powietrzu, obliczyć średnią siłę tarcia  $F$  działającą na kulkę, gdy zagłębiała się w ziemi.
33. Idealnie nieważka sprężyna może być ściśnięta o 1cm pod wpływem siły 100N. Ta sama sprężyna została umieszczona przy podstawie doskonale gładkiej równi pochyłej o kącie nachylenia  $\alpha = 30^\circ$ . Ciało o masie  $m$  pozostające początkowo w spoczynku na szczycie równi zostaje zwolnione i zsuwa się z równi. Ciało zatrzymuje się natychmiast po ściśnięciu sprężyny o 2cm. Jaką odległość przebyło zsuwające się ciało do momentu zatrzymania się? Jaką prędkość ma ciało bezpośrednio przed zetknięciem się ze sprężyną?
34. Podnosząc pionowo odważnik o ciężarze  $G = 20\text{N}$  na wysokość  $h = 1\text{m}$  stałą siłą  $F$ , wykonano pracę  $L = 80\text{J}$ . Z jakim przyspieszeniem podnoszono odważnik?
35. Jaką pracę należy wykonać, aby ciało o masie 2kg pozostające w ruchu zwiększyło swą prędkość od 2 do 5m/s?
36. Jaką pracę należy wykonać, aby ciało o masie 2kg pozostające w ruchu zatrzymało się, jeżeli jego początkowa prędkość wynosiła  $v_0 = 8\text{m/s}$ ?
37. Po równi pochyłej o wysokości  $h = 1\text{m}$  i długości zbrocza  $l = 10\text{m}$  ześlizguje się ciało o masie  $m = 1\text{kg}$ . Znaleźć energię kinetyczną ciała u podnóża równi. Współczynnik tarcia  $\mu = 0.05$ .
38. Ciało o masie  $m = 3\text{kg}$  zsuwa się z równi pochyłej o wysokości  $h = 0.5\text{m}$  i długości  $l = 1\text{m}$ . U podnóża równi ciało osiąga prędkość  $v = 2.45\text{ m/s}$ . Znaleźć ilość ciepła wydzielonego wskutek tarcia.
39. Blok o masie  $m = 15\text{kg}$  jest przesuwany po poziomej chropowatej powierzchni pod działaniem stałej siły  $F = 70\text{N}$  skierowanej pod kątem  $\alpha = 30^\circ$  do poziomu. Blok przesunięty został o  $s = 5\text{m}$ , a współczynnik tarcia wynosi  $\mu = 0,3$ . Oblicz pracę siły  $F$ , siły grawitacji, składowej pionowej siły  $F$ . Jaka ilość energii została stracona na pokonanie sił tarcia?

40. Mały samochodzik zjeżdża z toru którego początek znajduje się na wysokości  $h$ . Na końcu toru znajduje się pętla o promieniu  $r$ . Jaka musi być wysokość  $h$ , aby samochodzik nie odpadł od toru w najwyższym punkcie pętli (A)? Jaką prędkość ma on w połowie pętli (B)?



41. Sanki ześlizgują się z pagórka, którego zbocze ma długość  $l = 10\text{m}$  i jest nachylone pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Jaka odległość  $x$  przebędą sanki na odcinku poziomym po zjechaniu ze zbocza, jeżeli na całej drodze współczynnik tarcia wynosi  $\mu = 0,05$ .

42. Kulka o małym promieniu (punkt materialny) i masie  $m$  ześlizguje się bez tarcia po powierzchni dużej kuli o promieniu  $R$ . Podać w którym miejscu i z jaką prędkością mała kulka oderwie się od dużej (wskazówka: skorzystać z zasady zachowania energii).



43. Pełna kulka o promieniu  $r$  i masie  $m$  stacza się po torze (rys) zakończonym pętlą o promieniu  $R$ . Z jakiej minimalnej wysokości powinna się

- staczać kulka, aby nie oderwała się od toru w najwyższym punkcie (A) pętli ?
44. Oblicz średnią moc silnika samochodu o masie  $m = 1000\text{kg}$ , który poruszając się ruchem jednostajnie zmiennym w ciągu czasu  $t = 10\text{s}$  od początku ruchu uzyskał prędkość  $v = 50\text{m/h}$ . Współczynnik tarcia  $\mu = 0,01$ . Pomiń wpływ oporu powietrza.
  45. Samolot ważący  $2500\text{ kG}$  robi pętlę przy prędkości  $320\text{ km/h}$ . Znaleźć : (a) promień największej pętli, jaką może zatoczyć samolot; (b) siłę wypadkową działającą na samolot w najniższym punkcie tej pętli. Wykazać , że w danej chwili szybkość zmniejszania się energii mechanicznej układu zachowawczego poruszającego się z tarciami, jest równa iloczynowi siły tarcia i prędkości układu w tej chwili, czyli:  $d(K+U)/dt = -Fv$ .
  46. Sanki poruszające się po lodzie z prędkością  $v = 8\text{ m/s}$  wyjeżdżają na asfalt. Długość płóz sanek  $L = 1\text{ m}$ , współczynnik tarcia o asfalt  $\mu = 0,8$ . Jaką drogę przebędzie na asfalcie początkowy punkt płóz do momentu całkowitego zatrzymania się? Założyć , że masa rozłożona jest równomiernie na całej długości sanek. Współczynnik tarcia o lód jest do pominięcia.
  47. Mężczyzna pcha ciało o ciężarze  $270\text{ N}$  po poziomej podłodze, siłą skierowaną w dół pod kątem  $45^\circ$  do poziomu, przesuując go ze stałą prędkością na odległość  $9,1\text{ m}$ . Jaką pracę wykonuje on przy tym, jeżeli współczynnik tarcia kinetycznego wynosi  $0,2$  ?
  48. Ciało o masie  $M$  wiszące na linie spuszczaemy z wysokości  $d$  pionowo w dół ze stałym przyspieszeniem, równym  $g/4$  . Znaleźć pracę wykonaną przez linę.
  49. Ciało będące początkowo w spoczynku spada z wysokości  $h$ . Ustalić energię kinetyczną i potencjalną jako funkcję (i) czasu, i (ii) wysokości. Narysować wykresy tych funkcji i wykazać , że ich suma – energia całkowita jest stała w każdym przypadku.
  50. Klocek o masie  $m$  ślizga się w nachylonej pod kątem  $\alpha$  prostokątnej rynnie. Znaleźć przyspieszenie klocka, jeśli współczynnik tarcia kinetycznego między klockiem i rynną wynosi  $\mu$ .
  51. Na skutek obrotu Ziemi dokoła własnej osi ciężarek pionu nie wskazuje dokładnie kierunku przyciągania ziemskiego, lecz odchyła się nieco od tego kierunku. Znaleźć to odchylenie (a) na szerokości geograficznej  $40^\circ$  , (b) na biegunach i (c) na równiku.
  52. Pocisk o masie  $4,5\text{kg}$  wystrzelony w kierunku poziomym uderza w drewniany klocek o masie  $1,8\text{kg}$  znajdujący się w spoczynku na powierzchni poziomej. Współczynnik tarcia kinetycznego między klockiem a powierzchnią, na której on leży wynosi  $0,2$ . Pocisk zatrzymuje się w klocku, a klocek przesuwa się o  $1,8\text{ m}$ . Jaką prędkość miał pocisk w chwili uderzenia w klocek ?
  53. Po równi pochyłej o wysokości  $1\text{ m}$  i długości zbocza  $10\text{ m}$  ześlizguje się ciało o masie  $1\text{ kg}$ . Znaleźć: (1) energię ciała u podnóża równi, (2) prędkość ciała u podnóża równi, (3) odległość przebytą przez ciało wzdłuż poziomego odcinka drogi do chwili zatrzymania się. Współczynnik tarcia wzdłuż całej drogi uważać za stały i równy  $0,05$ .
  54. Znaleźć, jaką moc uzyskuje silnik samochodu o masie  $1\text{t}$ , jeśli samochód jedzie ze stałą prędkością  $36\text{ km/h}$ : (1) po drodze poziomej, (2) pod górę o nachyleniu  $5\text{m}$  na każde  $100\text{m}$  drogi, (3) z góry o takim samym nachyleniu. Współczynnik tarcia wynosi  $0,07$ .
  55. Samochód o ciężarze  $1\text{t}$  zjeżdża ze wzniesienia ze stałą prędkością  $54\text{ km/h}$ , mając wyłączony silnik. Nachylenie wzniesienia wynosi  $4\text{m}$  na  $100\text{m}$  drogi. Jaką moc powinien uzyskiwać silnik, aby samochód poruszał się z taką samą prędkością, wjeżdżając na wzniesienie o identycznym nachyleniu?

56. Pozioma siła  $F = 150$  N działa na ciało o masie  $m = 40,00$  kg i przesuwa je na odległość  $s = 6,0$  m po chropowatej powierzchni. Przyjmując, że ciało przesuwało się ze stałą prędkością obliczyć: (a) pracę siły  $F$ , (b) energię straconą na pokonanie siły tarcia, (c) współczynnik tarcia.
57. Blok o masie  $m = 15$  kg jest przesuwany po poziomej chropowatej powierzchni pod działaniem stałej siły  $F = 70$  N skierowanej pod kątem  $20^\circ$  do poziomu. Blok przesunięty został o  $s = 5,0$  m, a współczynnik tarcia kinetycznego  $\mu_k = 0,3$ . Obliczyć pracę: (a) siły  $F$ , (b) składowej normalnej wypadkowej siły działającej na blok, (c) siły grawitacji. Jaka ilość energii została *stracona* na pokonanie siły tarcia?
58. Łucznik naciąga łuk w ten sposób, że jego cięciwa zostaje odciągnięta na odległość  $d = 0,4$  m pod działaniem siły narastającej od zera do 240 N. Ile wynosi efektywny współczynnik sprężystości cięciwy łuku? Jaka pracę wykona łucznik podczas naciągania cięciwy? Przy rozciąganiu sprężyny o 10 cm wykonano pracę  $W_1 = 4,0$  J. Obliczyć pracę potrzebną do rozciągnięcia sprężyny do 20 cm.
59. Kula o masie  $m_k = 100$ g została wystrzelona ze strzelby o długości lufy  $l = 0,6$  m. W lufie działa na kulę siła  $F(x) = (15000 + 10000x - 25000x^2)$ N, gdzie  $x$  w metrach i początek układu odniesienia umieszczono, w punkcie w którym kula rozpoczyna ruch. Obliczyć pracę wykonaną przez gazy powstałe podczas spalania prochu nad kulą w trakcie jej ruchu w lufie. Ile wynosi energia kinetyczna kuli opuszczającej lufę karabinu?
60. Silnik samochodowy działa na znajdujący się początkowo w spoczynku samochód o masie  $m = 2500$  kg i nadaje mu prędkość  $v$  wykonując pracę  $W = 5000$  J i przesuując go o 25 m. Zaniedbując tarcie wyznaczyć  $v$  oraz wartość poziomej siły działającej na samochód.
61. Ciało o masie  $m = 3$  kg ma prędkość  $v_0 = (6\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$  m/s. Ile wynosi jego energia kinetyczna? Obliczyć zmianę energii kinetycznej jeśli prędkość ciała zmieni się do wartości  $v = (8\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$  m/s?
62. Sanki o masie  $m$  popchnięto na lodzie nadając im prędkość początkową  $v_0 = 2$  m/s. Współczynnik tarcia kinetycznego  $\mu_k = 0,10$ . Korzystając z rozważań energetycznych wyznaczyć odległość jaką przebędą sanki do momentu zatrzymania się.
63. Zależna od czasu siła wypadkowa działająca na ciało o masie  $m = 4$ kg powoduje jego przesunięcie o  $x = 2t - 3t^2 + 1t^3$  m; ( $t$  w sekundach). Wyznaczyć pracę siły zewnętrznej po upływie pierwszych trzech sekund.
64. Przez wodospad Niagara, o wysokości  $h = 50$  m, przepływa w ciągu jednej sekundy około  $1,2 \cdot 10^6$  kg wody. Ile 60-watowych żarówek można byłoby zasilić energią wody tego wodospadu, gdyby udało się nam zagospodarować ją w całości?
65. Samochód o masie  $m = 1500$  kg przyspiesza jednostajnie od stanu spoczynku do prędkości  $v = 10$  m/s w czasie  $t = 3$ s. Obliczyć: (a) Pracę wykonaną nad samochodem, (b) Średnią moc silnika w pierwszych trzech sekundach ruchu, (c) Moc chwilową w chwili czasu  $t = 2$  s.
66. Stała siła  $F$  działa na cząstkę o masie  $m$ . Początkowo cząstka ta spoczywa. Pokazać, że chwilowa moc  $P$  siły  $F$  w chwili czasu  $t$  wynosi  $P = F^2 t / m$ .
67. Elektron porusza się z prędkością  $v = 0,995c$ , gdzie  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s jest prędkością światła. Ile wynosi jego energia kinetyczna liczona klasycznie  $K^{(kl)} = mv^2/2$  i relatywistycznie  $K^{(rel)} = mc^2(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1)$  ? Wyznaczyć wartość  $|K^{(kl)} - K^{(rel)}| = K^{(rel)}$

określającą błąd względny obliczania energii kinetycznej cząstki relatywistycznej za pomocą wzoru klasycznego.

68. Jeśli sprężyna jest rozciągnięta poza granice jej sprężystości, to zależność pomiędzy siłą i odkształceniem jest postaci  $F = -kx + \beta x^3$ . Niechaj  $k = 10 \text{ N/m}$  i  $\beta = 100 \text{ N/m}^3$ . Obliczyć pracę takiej siły przy rozciągnięciu sprężyny o  $x = 0,10 \text{ m}$ .
69. Ciało o masie  $m = 0,4 \text{ kg}$  ślizga się po poziomym torze w kształcie koła o promieniu  $r = 1,5 \text{ m}$ . Jego prędkość początkowa wynosi  $v_0 = 8,0 \text{ m/s}$ . Po jednym pełnym obrocie jego prędkość, wskutek działania tarcia, zmniejszyła się do  $v_1 = 6,0 \text{ m/s}$ . Wyznaczyć stratę energii na pracę nad siłami tarcia. Obliczyć współczynnik tarcia kinetycznego. Ile obrotów wykona to ciało zanim się zatrzyma?
70. Blok o masie  $m = 0,6 \text{ kg}$  ześlizguje się o 6 metrów wzdłuż idealnie gładkiej równi pochyłej o kącie nachylenia  $\alpha = 20^\circ$ . Następnie blok zaczyna się poruszać po poziomej płaszczyźnie, gdzie  $\mu_k = 0,5$ . Ile wynosi prędkość bloku na końcu równi pochyłej? Ile wynosi prędkość bloku po przebyciu 1 metra poziomej powierzchni? Obliczyć odległość jaką przebędzie ciało na płaszczyźnie poziomej.
71. Kula o masie  $m = 0,005 \text{ kg}$  i prędkości  $v = 600 \text{ m/s}$  zagłębiła się w drewnie o  $d = 4,0 \text{ cm}$ . Korzystając z twierdzenia o energii/pracy wyznaczyć wartość siły oporu działającej na kulę. Zakładając, że siła oporu jest stała obliczyć czas hamowania kuli w drewnie.
72. Ciało o masie  $m$  rzucono poziomo z wysokości  $h$  z prędkością początkową  $v_0$ . Obliczyć, dla chwili bezpośrednio poprzedzającej zetknięcie się ciała z powierzchnią poziomą: (a) pracę siły grawitacji, (b) zmianę energii kinetycznej ciała w czasie ruchu, (c) energię kinetyczną ciała.
73. Siła zachowawcza  $F_x = (2x + 4) \text{ N}$  ( $x$  w metrach) działa na ciało o masie  $m = 5 \text{ kg}$ . Wyznaczyć: (a) pracę tej siły; (b) zmianę energii potencjalnej na drodze od  $x_p = 1 \text{ m}$  do  $x_k = 5 \text{ m}$ .
74. Błoczek o masie  $m = 3 \text{ kg}$  znajduje się na wys.  $h = 0,6 \text{ m}$  na równi pochyłej o kącie nachylenia  $\alpha = 30^\circ$ . Po osiągnięciu podłoża błoczek ślizga się po nim. Jak daleko przemieścił się błoczek po płaszczyźnie poziomej, jeśli współczynnik tarcia na obu powierzchniach wynosi  $\mu = 0,20$ ?
75. Spadochroniarz o masie  $m = 50 \text{ kg}$  wyskoczył z samolotu na wysokości 1000 m i wylądował z prędkością  $v = 5 \text{ m/s}$ . Jaka ilość energii została zużyta na pokonanie sił oporu powietrza?
76. Sterowiec wisi nieruchomo na wysokości  $H$  nad punktem A położonym bezpośrednio pod nim na poziomej powierzchni lotniska. Ze sterowca wyrzucono poziomo ciało, nadając mu prędkość początkową  $v_0$ . Ciało upadło na powierzchnię lotniska po czasie  $t = 6 \text{ s}$  w odległości  $2H$  od punktu A. Wyznaczyć  $v_0$ ,  $H$  oraz prędkość  $v_k$  ciała tuż przed uderzeniem o płytę lotniska. Rozwiązać zadanie korzystając z zasady zachowania energii mechanicznej.
77. Atleta stojący na krawędzi stromego brzegu morskiego pcha z wysokości  $H = 80 \text{ m}$  kulę w kierunku morza, prostopadle do linii brzegowej, nadając jej poziomą prędkość  $v_{0x} = 30 \text{ m/s}$ . Wyznaczyć czas  $t_k$  spadania kuli z wysokości  $H$ , zasięg  $s$  rzutu poziomego (tj. odległość od brzegu morza do punktu wpadnięcia kuli do wody), wektor prędkości końcowej. Po jakim czasie  $t_1$  i na jakiej wysokości  $H_1$  składowa pionowa  $v_{y1}$  prędkości kuli będzie równa  $v_{0x}$ ? Obliczyć wektor prędkości  $v_1 = (v_{x1}; v_{y1})$  kuli na wysokości  $H_1$ . Rozwiązać zadanie korzystając z zasady zachowania energii mechanicznej.

78. Ciało znajdujące się na wysokości  $h$  nad powierzchnią ziemi rzucono pionowo do góry z prędkością  $v_0 = 5\text{m/s}$ . Prędkość końcowa ciała (tuż przed upadkiem) wyniosła  $v_k = 5v_0$ . Wyznaczyć  $h$ . Na jaką maksymalną wysokość  $H$  nad powierzchnią ziemi wzniosło się ciało? Ile czasu  $t_c$  trwał ruch ciała? Rozwiązać zadanie korzystając z zasady zachowania energii mechanicznej.
79. Ciało rzucono pionowo w dół z wysokości  $H$ , nadając mu prędkość początkową  $v_0 = 5\text{m/s}$ . Ciało uderzyło o ziemię z prędkością  $v_k = 35\text{m/s}$ . Z jakiej wysokości  $H$  zostało rzucone? Ile sekund trwał ruch ciała? Jaką prędkość  $v_1$  miało to ciało w chwili, gdy przebyło drogę  $s_1 = H/6$ ? Rozwiązać zadanie korzystając z zasady zachowania energii mechanicznej.
80. Metalową kulkę znajdującą się na wysokości  $H = 60\text{m}$  rzucono pionowo do góry z prędkością początkową  $v_0 = 20\text{m/s}$ . Obliczyć: (A) wysokość  $H_1$ , na której prędkość kulki  $v_1 = v_0/2$ ; (B) maksymalną wysokość  $H_{\text{max}}$  wzniesienia się kulki; (C) prędkość  $v_{\text{max}}$ , z jaką kulka uderzy o ziemię; (D) całkowity czas  $t_c$  ruchu kulki. Sporządzić wykres  $v(t)$  dla  $0 < t < t_c$ . Rozwiązać zadanie korzystając z zasady zachowania energii mechanicznej.
81. Z badać zależność drogi hamowania samochodu od jego prędkości  $v_0$ . Założyć różne czasy  $t_r$  reakcji kierowcy; przyjąć, że czas ten mieści się w przedziale od 0,2s do 1s. Opóźnienie  $a$  samochodu zależy od stanu nawierzchni i opon; założyć, że wartości  $a$  leży w przedziale od  $4\text{m/s}^2$  do  $8\text{m/s}^2$ . Sporządzić wykresy. Czy wyniki zależą od masy samochodu? Rozwiązać zadanie korzystając z twierdzenia o pracy i energii.