Wektory

1. Dane są dwa wektory: $\vec{a} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ Znaleźć:

A) Długości wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

B) $\vec{a} + \vec{b}$

C) $\vec{a} - \vec{b}$

D) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

E) $\vec{a} \times \vec{b}$

2. Dane są wektory: $\vec{a}(4;2)$ i $\vec{b}(2;4)$. Znaleźć rachunkowo i graficznie wektory:

A) $\vec{a} + \vec{b}$

B) $\vec{a} - \vec{b}$

3. Dane są dwa wektory: $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$.

Obliczyć: (a) długość każdego wektora, (b) iloczyn skalarny wektorów, (c) kąt między wektorami, (d) sumę i różnicę wektorów, (e) iloczyn wektorowy wektorów, (f) kosinusy kierunkowe wektora $\vec{a}$.

4. Pokazać, że jeżeli długość sumy dwóch wektorów jest równa długości ich różnicy, to te wektory są prostopadłe ($|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$).

5. Korzystają c z rachunku wektorowego udowodnić następujące twierdzenia:
-twierdzenie sinusów i cosinusów,
-wzór na sinus i cosinus sumy dwóch kątów.

6. Udowodnić następujące tożsamości wektorowe:

$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times\mathbf{c}=(\mathbf{ac})\mathbf{b}-(\mathbf{bc})\mathbf{a}$,
$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})(\mathbf{c}\times\mathbf{d})=(\mathbf{ac})(\mathbf{bd})-(\mathbf{ad})(\mathbf{bc})$.

7. Dane są dwa wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$ takie, że $\vec{a} + \vec{b} = 11\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ oraz $\vec{a} - \vec{b} = -5\hat{i} + 11\hat{j} + 9\hat{k}$. Znajdź wektory **a** i **b** oraz oblicz kąt zawarty między nimi.

8. Zakładają c, że $\mathbf{a}=[a_x, a_y, a_z]$ oraz $\mathbf{b}=[b_x, b_y, b_z]$, obliczyć **ab** oraz $\mathbf{a}\times\mathbf{b}$ w układzie kartezjańskim.

9. Wykazać, że wartość bezwzględna iloczynu wektorowego dwóch wektorów równa jest liczbowo polu równoległoboku zbudowanego na tych wektorach.

Kinematyka

10. Pierwszą połowę drogi samochód przejechał z prędkością 80 km/h, a drugą połowę drogi – z prędkością 40 km/h. Jaka była średnia prędkość ruchu samochodu?

11. Statek parowy płynie po rzece od punktu A do punktu B z prędkością v_1=10 km/h, a z powrotem – z prędkością v_2= 16 km/h. Obliczyć: (1) średnią prędkość parostatku, (2) prędkość prądu rzeki.

12. Statek płynie po rzece z punktu A do punktu B z prędkością v_1, a z powrotem z prędkością v_2. Obliczyć prędkość prądu rzeki i średnią prędkość statku.

13. Pociąg jedzie ze stałą prędkością v = 60km/h, najpierw dokładnie na wschód przez 40 min, następnie w kierunku północno-wschodnim pod kątem 45° do poprzedniego przez 20 min, a w końcu na zachód przez 50 min. Jaki jest wektor prędkości średniej pociągu?

14. Podczas zawodów motorowodnych na rzece ślizgacz przepłynął odległość między mostami równą l = 6460 m w czasie t = 2min 50 s z prądem rzeki, a pod prąd w czasie o Δt = 20s dłuższym. Oblicz prędkość prądu rzeki i prędkość ślizgacza względem wody.

15. Łódź płynie z miejscowości A do B, tam i z powrotem, przez czas t = 5 godz. Prędkość łodzi względem wody wynosi v_1 = 5m/s. Prędkość wody względem brzegu wynosi v_2 = 4m/s. Obliczyć: prędkość łodzi względem brzegu w czasie ruchu z prądem rzeki, prędkość łodzi względem brzegu w czasie ruchu pod prąd, średnią prędkość łodzi względem brzegów, odległość od A do B.

16. Dwa pociągi o długościach l jadą po sąsiednich torach naprzeciw siebie z prędkościami v_1 i v_2. Jak długo pasażer jednego pociągu widzi drugi pociąg?

17. Wioślarz płynie w górę rzeki. W pewnym momencie gubi czapkę, której brak zauważa po czasie t_0 i natychmiast zawraca. Po jakim czasie dogoni czapkę, jeżeli prędkość rzeki wynosi v_r, a prędkość wioślarza względem nieruchomej rzeki wynosi v_w?

18. Pociąg A ma długość S_A., pociąg B długość S_B. Gdy pociągi się mijają jadąc w tę samą stronę, to czas, który upływa od chwili kiedy lokomotywa A dogoni ostatni wagon pociągu B do chwili gdy ostatni wagon pociągu A minie lokomotywę B wynosi t_1. Gdy pociągi jadą w przeciwne strony, czas mijania wynosi t_2. Obliczyć prędkości v_A *i* v_B obydwu pociągów.

19. Na drodze s=1500m biegną jednocześnie dwaj biegacze A i B. Biegacz A przebiega pierwsza połowę dystansu z prędkością v_{1A}=4m/s, a drugą z prędkością v_{2A}=6m/s. Biegacz B przez pierwsza połowę czasu zużytego na przebycie całego dystansu biegnie z prędkością v_{1B}=4m/s, a przez druga z v_{2B}=6m/s. Który biegacz finiszuje wcześniej? O jaką odległość Δs wyprzedzi kolegę?

20. Pociąg jedzie z prędkością 36 km/h. Gdy ustaje dopływ pary, to pociąg zatrzymuje się po upływie 20 s, jadąc ruchem jednostajnie opóźnionym. Znaleźć: (1) przyspieszenie ujemne pociągu, (2) odległość miejsca, w którym należy przerwać dopływ pary, od miejsca zatrzymania się.

21. Ciało A rzucono pionowo do góry z prędkością początkową v_{01}, a ciało B spada z wysokości h z prędkością v_{02} = 0. Znaleźć zależność odległości x między ciałami A i B w funkcji czasu t, jeżeli wiadomo, że ciała zaczęły się poruszać równocześnie.

22. Ciało A zaczyna się poruszać z prędkością v_{01} = 2 m/s i ze stałym przyspieszeniem a. Po upływie Δt = 10s od rozpoczęcia ruchu przez ciało A z tego samego punktu zaczyna się poruszać ciało B z prędkością początkową v_{02} = 12 m/s i z takim samym przyspieszeniem a. Jaka jest największa wartość przyspieszenia a, przy którym ciało B może dogonić ciało A ?

23. Prędkość pociągu jadącego ruchem jednostajnie opóźnionym podczas hamowania maleje w ciągu 1 min. z 40 do 28 km/h. Znaleźć 1) opóźnienie pociągu, 2) drogę przebytą przez pociąg w czasie hamowania.

24. Z mostu znajdującego się na wysokości 44m nad wodą upuszczono kamień. Inny kamień rzucono pionowo w dół w sekundę później. Oba kamienie uderzają w wodę w tej samej chwili. a) Jaka jest prędkość początkowa drugiego kamienia ? b) Zrobić wykres zależności v(t) dla każdego z tych kamieni przyjmując, że pierwszy kamień upuszczono w chwili t = 0.

25. Z dachu budynku spadła stalowa kula (z prędkością początkową równą zeru). Obserwator stojący koło okna o wysokości 1,2m stwierdził, że kula minęła okno w czasie 1/8 s. Po pewnym czasie kula upadła na poziomy chodnik, odbiła się od niego doskonale sprężyście i po 2 s ponownie pojawiła się na wysokości parapetu. Jaka jest wysokość tego budynku ?

26. Dwa pociągi jadą naprzeciw siebie z prędkościami v_1 = 90km/h i v_2 = 120km/h. Maszyniści zauważają się w chwili, kiedy odległość między pociągami wynosi l = 3000m i zaczynają hamować. Czy dojdzie do zderzenia, jeśli hamulce opóźniają ruch każdego pociągu o 0,9 m/s^2 ?

27. Samochód rusza ze skrzyżowania ze stałym przyśpieszeniem a = 1.8m/s^2. W tej samej chwili wyprzedza go ciężarówka jadąca ze stałą prędkością v = 9m/s. Po jakim czasie i w jakiej odległości od skrzyżowania samochód dogoni ciężarówkę?

28. Pociąg pasażerski minimalizuje czas przejazdu między stacjami odległymi o 1km w ten sposób, że w czasie t_1 jedzie z przyspieszeniem a_1 = 0,1m/s^2, a następnie w czasie t_2 hamuje z przyspieszeniem a_2 = -0,5m/s^2. Wyznaczyć czas podróży między sąsiednimi stacjami oraz czas t_1.

29. Ciało spadające swobodnie przebyło w ostatniej sekundzie ruchu 1/3 całej drogi. Obliczyć początkową wysokość i całkowity czas ruchu ciała.

30. W biegu na 100 metrów Ben Johnson i Carl Lewis przecinają linię mety na *ostatnim wydechu* równocześnie w czasie 10,2 s. Przyspieszając jednostajnie, Ben potrzebuje 2 s, a Carl 3 s, aby osiągnąć maksymalne prędkości, które nie zmieniają się do końca biegu. (A) Jakie są maksymalne prędkości oraz przyspieszenia obu sprinterów? (B) Jaka jest ich maksymalna prędkość względna? (C) Który z nich prowadzi w 6 sekundzie biegu?

31. Obserwator stojący na peronie zauważył, że pierwszy wagon ruszającego przed nim pociągu minął go w czasie t_1 = 3s. Obliczyć czas t_n, w którym cały pociąg składający się z n = 9 wagonów minie obserwatora oraz czas Δt mijania ostatniego wagonu? Ruch pociągu jest jednostajnie przyspieszony.

32. Z dachu co t_0 = 0,1s spadają krople wody. W jakiej odległości, od siebie znajdować się będą dwie kolejne krople wody: druga i trzecia po czasie t = 1s, licząc od początku ruchu pierwszej kropli?

33. Ciało spadające swobodnie ma w punkcie A prędkość $\boldsymbol{v}_A$ = 40cm/s, a w B prędkość $\boldsymbol{v}_B$ = 250m/s. Określić odległość AB.

34. Czas wjeżdżania windy na wieżę o wysokości $\boldsymbol{h} = 322m$ wynosi $\boldsymbol{t} = 60s$. Pierwszą część drogi winda przebywa ze stałym przyspieszeniem, aż do osiągnięcia prędkości $\boldsymbol{v} = 7m/s$. Drugą część drogi przebywa ruchem jednostajnym, a trzecią – ruchem jednostajnie opóźnionym, z opóźnieniem równym co do wartości początkowemu przyspieszeniu. Obliczyć przyspieszenie, z jakim winda rusza z miejsca. Narysować wykres zależności prędkości od czasu.

35. Winda porusza się ruchem jednostajnie zmiennym. Czas spadania ciała puszczonego swobodnie w tej windzie, na drodze od sufitu do podłogi, jest dwukrotnie większy niż w windzie stojącej. Obliczyć przyspieszenie windy. Dane jest przyspieszenie ziemskie $\boldsymbol{g}$.

36. Dwa pociągi przejechały jednakową drogę w tym samym czasie. Pierwszy pociąg jechał całą drogę ruchem jednostajnie przyspieszonym($\boldsymbol{v}_0 = 0$) z przyspieszeniem a, drugi zaś pierwszą połowę drogi przebył z prędkością stałą $\boldsymbol{v}_1$, a drugą połowę - z prędkością stałą $\boldsymbol{v}_2$. Obliczyć drogę $\boldsymbol{s}$ przebytą przez każdy z pociągów.

37. Położenie punktu materialnego poruszającego się wzdłuż osi OX zmienia się według równania: $\boldsymbol{x}(t) = A - B\boldsymbol{t} - C\boldsymbol{t}^2$, gdzie A = 6m, B = 3m/s, C = 2m/s^2. Znaleźć średnią prędkość i średnie przyspieszenie ciała w przedziale czasu od 1 do 4s. Sporządzić wykres położenia, prędkości i przyspieszenia dla $0<=\boldsymbol{t}<=5$s.

38. Położenie punktu materialnego poruszającego się wzdłuż osi OX zależy od czasu według równania: $x = \frac{v_{0x}}{k}(1 - e^{-kt})$ w którym $\boldsymbol{v}_{0x}$ oraz k są wielkościami stałymi. Zrobić wykres zależności $\boldsymbol{x}(t)$, prędkości chwilowej $\boldsymbol{v}$ i przyspieszenia chwilowego $\boldsymbol{a}$ od czasu.

39. Prędkość kuli w lufie karabinu zależy od czasu jak $\boldsymbol{v}(t) = 3{,}0\cdot10^5 t - 5{,}0\cdot10^7 t^2$ (w jednostkach SI). Przyspieszenie kuli opuszczającej lufę wynosi zero. Wyznaczyć położenie oraz przyspieszenie kuli wewnątrz lufy. Ile czasu trwa ruch kuli w lufie? Z jaką prędkością pocisk wylatuje z karabinu? Ile wynosi długość lufy?

40. Cząstka rozpoczyna ruch w t = 0s i porusza się w płaszczyźnie ze stałym przyspieszeniem $\boldsymbol{a} = (2\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$ m/s^2 . Obliczyć prędkość i wektor położenia po upływie czasu $t_1 > t$.

41. Zależność przebytej przez ciało drogi s od czasu **t** dana jest równaniem: $\boldsymbol{s} = A + B\boldsymbol{t} + C\boldsymbol{t}^2 + D\boldsymbol{t}^3$, gdzie C = 0,14 m/s^2, D = 0,01 m/s^3. Po upływie jakiego czasu od chwili rozpoczęcia ruchu przyspieszenie ciała będzie równe $\boldsymbol{a}$ = 1 m/s? Jakie będzie średnie przyspieszenie ciała w tym przedziale czasu?

42. Samolot leci z punktu A do punktu B położonego w odległości 300 km na wschód. Określić czas przelotu, jeśli (1) wiatr nie wieje (2) wiatr wieje z południa na północ, (3) wiatr wieje z zachodu na wschód. Prędkość wiatru $\boldsymbol{v}_1$= 20 m/s, prędkość samolotu względem powietrza $\boldsymbol{v}_2$= 600 km/h.

43. Łódka płynie prostopadle do brzegu z prędkością 7.2 km/h. Prąd znosi ją o 150 m w dół rzeki. Znaleźć: (1) prędkość prądu rzeki, (2) czas przeprawy przez rzekę. Szerokość rzeki wynosi 0.5 km.

44. Rybak zgubił koło ratunkowe na środku rzeki w momencie, gdy znajdował się naprzeciw przystani A. Następnie rybak skierował łódź tak, że jej oś była prostopadła do brzegu rzeki i po czasie $\boldsymbol{t_1}$ dopłynął do brzegu. Natychmiast zawrócił, skierował łódź znów prostopadle do brzegu, dopłynął do koła i wyłowił je naprzeciw punktu B, odległego o $\boldsymbol{S}$ od A w dół rzeki (licząc wzdłuż brzegu). Obliczyć prędkość rzeki $\boldsymbol{v}$.

45. Łódka płynie prostopadle do brzegu rzeki ze stałą względem wody prędkością $\boldsymbol{v}_x$ = 10 km/h. Prędkość prądu rzeki zmienia się wraz z odległością $\boldsymbol{x}$ od brzegu według funkcji: $\boldsymbol{v}_y = \mathbf{a}(\boldsymbol{x}-\mathbf{L})\boldsymbol{x}$, gdzie a = -4000 km^{-1}h^{-1}, L=100 m (szerokość rzeki). Napisać równanie ruchu łódki (y = f(x)), wyliczyć odległość jaką przebędzie łódka wzdłuż brzegu do chwili wylądowania na przeciwnym brzegu rzeki.

46. Dwa samochody poruszają się po dwóch prostoliniowych i wzajemnie prostopadłych drogach w kierunku ich przecięcia ze stałymi prędkościami $\boldsymbol{v}_1$ i $\boldsymbol{v}_2$. Przed rozpoczęciem ruchu pierwszy samochód znajdował się w odległości $\boldsymbol{s}_1$ od skrzyżowania dróg a drugi w odległości $\mathbf{s}_2$ od ich przecięcia. Po jakim czasie od chwili rozpoczęcia ruchu odległość między samochodami będzie najmniejsza.

47. Dwóch pływaków A i B skacze jednocześnie do rzeki, w której woda płynie z prędkością $\boldsymbol{v}$. Prędkość $\boldsymbol{c}$ ($\boldsymbol{c} > \boldsymbol{v}$) każdego pływaka względem wody jest taka sama. Pływak A przepływa z prądem odległość $\boldsymbol{L}$ i zawraca do punktu startu. Pływak B płynie prostopadle do brzegów rzeki (pomimo znoszącego go prądu) i oddala się na odległość $\boldsymbol{L}$, po czym zawraca do punktu startu. Który z nich wróci pierwszy?

48. Śnieg pada pionowo z prędkością 8 m/s. Pod jakim kątem do pionu i z jaką prędkością zdają się spadać płatki śniegu widziane przez kierowcę samochodu jadącego po prostej drodze z prędkością 50 km/h?

49. Jakie nachylenie (przy założeniu stałej szerokości podstawy) powinien mieć dach domu, aby krople deszczu spływały po nim w najkrótszym czasie?

50. Ciało rzucone pionowo do góry powróciło na Ziemię po, upływie 3 s. (1) Jaka była prędkość początkowa ciała? (2) Na jaką wysokość wzniosło się ciało? Oporu powietrza nie uwzględniać.

51. Z jaką prędkością należy rzucić piłkę pionowo do góry, aby osiągnęła wysokość $\boldsymbol{h}$ = 15m? Jak długo będzie przebywała w powietrzu?

52. Z balonu unoszącego się do góry z prędkością $\boldsymbol{v}$ = 12m/s na wysokości $\boldsymbol{h}$ = 80m nad Ziemią upuszczono paczkę. Po jakim czasie spadnie ona na Ziemię?

53. Ciało swobodnie spadające przebywa połowę całej drogi w ciągu ostatniej sekundy swego ruchu. Znaleźć: (1) z jakiej wysokości $\boldsymbol{H}$ spada ciało, (2) czas spadania ciała.

54. Z wieży o wysokości $\boldsymbol{H}$ = 25 m rzucono poziomo kamień z prędkością $\boldsymbol{v}_0$=15 m/s. Znaleźć: (1) czas lotu kamienia, (2) odległość $\boldsymbol{s}_x$ miejsca upadku kamienia na ziemię od podstawy wieży, (3) prędkość v, z jaką upadnie on na ziemię, (4) kąt $\boldsymbol{\varphi}$, jaki utworzy tor kamienia z poziomem w punkcie upadku na ziemię.

55. Kamień rzucono w kierunku poziomym. Po upływie 0.5 s od rozpoczęcia ruchu prędkość kamienia była 1.5 razy większa od prędkości początkowej. Znaleźć prędkość początkową kamienia. Oporu powietrza nie uwzględniać.

56. Ciało rzucono z prędkością $\boldsymbol{v}_0$ nachyloną pod kątem $\boldsymbol{\alpha}$ do poziomu. Znaleźć przyspieszenie styczne i normalne ciała po upływie czasu $\boldsymbol{t}_0$ od rozpoczęcia ruchu. Oporu powietrza nie uwzględniać.

57. Z armaty wystrzelono kulę z prędkością początkową $\boldsymbol{v_0}$ pod kątem $\boldsymbol{\alpha}$ do poziomu. Znaleźć odległość w poziomie między dwoma punktami toru lotu znajdującymi się na wysokości $\boldsymbol{h}$.

58. Poziomo rzucona piłka uderza o ściankę odległą o $\boldsymbol{s}$ od miejsca wyrzucenia. Wysokość miejsca uderzenia piłki o ściankę jest o $\boldsymbol{h}$ mniejsza od wysokości, z której wyrzucono piłkę. Z jaką prędkością $\boldsymbol{v_0}$ wyrzucono piłkę ?

59. Piłkę rzucono z prędkością $\boldsymbol{v_0}$ i pod kątem $\boldsymbol{\alpha}$ do poziomu. Czas trwania lotu wynosił $\boldsymbol{t_0}$. Znaleźć wysokość najwyższego wzniesienia piłki.

60. Z wieży o wysokości $\boldsymbol{H}$ rzucono kamień z prędkością początkową $\boldsymbol{v_0}$ pod kątem $\boldsymbol{\alpha}$. Znaleźć kształt toru i prędkość kamienia w chwili upadku.

61. Piłka stacza się z poziomego stołu o wysokości 1,2 m. Jaką prędkość miała piłka w momencie odrywania się od stołu, jeśli upadła na podłogę w odległości 1,5 m od stołu ?

62. Lecący lotem nurkowym bombowiec zrzuca bombę na wysokości 730 m w momencie, gdy jego nachylenie względem pionu wynosi 53º. Bomba uderza w Ziemię po 5 s od chwili upuszczenia. a) Jaką prędkość miał bombowiec w momencie zrzucenia bomby ? b) Jaką odległość w kierunku poziomym przebędzie bomba ? c) Jaka jest pozioma i pionowa składowa prędkości bomby w chwili, gdy uderza o Ziemię ?

63. Chłopiec wiruje nad głową w płaszczyźnie poziomej kamieniem zaczepionym na sznurku o długości 1,2m na wysokości 1,8m. Sznurek pęka, kamień zostaje wyrzucony poziomo i spada w odległości 9,1m. Z jaką prędkością kątową poruszał się kamień przed zerwaniem sznurka ?

64. Ciało rzucono pionowo w dół z wysokości $\boldsymbol{H}$, nadając mu prędkość początkową $\boldsymbol{v}_0$ = 10 m/s. Ciało uderzyło w ziemię z prędkością $\boldsymbol{v}_k$ = 85 m/s. Z jakiej wysokości $\boldsymbol{H}$ rzucono ciało ? Ile sekund trwał ruch ciała ?

65. Ciało znajdujące się na wysokości $\boldsymbol{h}$ nad powierzchnią ziemi rzucono pionowo do góry z prędkością $\boldsymbol{v}_0$ = 8 m/s. Prędkość końcowa ciała tuż przed upadkiem wyniosła $\boldsymbol{v}_k = 8\boldsymbol{v}_0$. Wyznaczyć $\boldsymbol{h}$. Na jaką maksymalną wysokość H wzniosło się ciało ?

66. Zależność wysokości $\boldsymbol{y}$ wznoszącego się helikoptera od czasu lotu $\boldsymbol{t}$ ma postać: $\boldsymbol{y} = 3\boldsymbol{t}^3$. Po upływie 2s od startu z helikoptera zaczyna spadać swobodnie plecak. Po jakim czasie upadnie na ziemię ?

67. Wyprowadzić wyrażenia na maksymalny zasięg i maksymalną wysokość w rzucie ukośnym.

68. Z dachu wysokiego domu rzucono poziomo piłkę z prędkością $\boldsymbol{v}$. Znaleźć położenie piłki i jej prędkość po upływie czasu $\boldsymbol{t}$. Oporu powietrza nie uwzględniać.

69. Punkt materialny porusza się w płaszczyźnie, przy czym położenie jego opisane jest równaniami: x = Rsinωt + ωRt , y = Rcosωt + R, gdzie ω i R są wielkościami stałymi. Przykładem takiego ruchu jest ruch punktu znajdującego się na brzegu koła, które toczy się bez poślizgu wzdłuż osi x. Krzywa opisana powyższymi

równaniami nazywa się cykloidą . (a) Narysować tor punktu. (b) Obliczyć chwilową prędkość i chwilowe przyspieszenie punktu dla minimalnej i maksymalnej wartości y.

70. Strzelba jest wycelowana w cel wiszący na wysokości $\boldsymbol{H}$. W tej samej chwili pada strzał i cel zaczyna swobodnie spadać. Pokazać, że kula trafia w cel. W jakiej odległości od strzelby należy umieścić cel, aby kula weń nie trafiła ?

71. David Beckham, stojąc na wierzchołku stromego wzniesienia nad brzegiem jeziora o wysokości $\boldsymbol{H}$ = 40,0m, kopnął poziomo piłkę, która następnie wpadła do wody. Po upływie czasu $\boldsymbol{t}$ = 3,0s usłyszał plusk. Jaka była prędkość początkowa piłki? Prędkość dźwięku w powietrzu $\boldsymbol{c}$ = 330 m/s.

72. Sterowiec wisi nieruchomo na wysokości $\boldsymbol{H}$ nad punktem A położonym bezpośrednio pod nim na poziomej powierzchni lotniska. Ze sterowca wyrzucono poziomo ciało, nadając mu prędkość początkową $\boldsymbol{v}_0$. Ciało upadło na powierzchnię lotniska po czasie $\boldsymbol{t}$ = 6,0s w odległości 4$\boldsymbol{H}$ od punktu A. Wyznaczyć $\boldsymbol{v}_0$, $\boldsymbol{H}$ oraz prędkość końcową $\boldsymbol{v}_k$ ciała.

73. Z wieży o wysokości $\boldsymbol{H}$ rzucono poziomo ciało, nadając mu prędkość początkową $\boldsymbol{v}_0$ = 16 m/s. Pokazać, że torem ruchu ciała jest parabola. Wyznaczyć $\boldsymbol{H}$ wiedząc, że prędkość końcowa ciała (tuż przed upadkiem) $\boldsymbol{v}_k$ = 8$\boldsymbol{v}_0$. Obliczyć czas $\boldsymbol{t}$, w którym wysokość spadającego ciała maleje od 2$\boldsymbol{H}$/**3** do $\boldsymbol{H}$/2.

74. W rzucie poziomym prędkość końcowa ciała jest **n** razy większa od prędkości początkowej. Obliczyć wysokość, z jakiej ciało wyrzucono.

75. Kamień rzucono pod kątem $\boldsymbol{\alpha}$ = 60^o do poziomu nadając mu prędkość początkową 8m/s. Obliczyć czas trwania ruchu i zasięg rzutu.

76. Grający w piłkę nożną kopnął piłkę pod kątem 37°do poziomu, z prędkością początkową 15 m/s. Zakładając, że piłka porusza się w płaszczyźnie pionowej oblicz: a) po jakim czasie piłka osiągnie najwyższy punkt swojego toru? b) jak wysoko wzniesie się piłka? c) jaki jest poziomy zasięg piłki i jak długo znajduje się ona w powietrzu? d) jaka jest prędkość piłki w chwili, gdy uderza ona w ziemię?

77. Z jaką prędkością początkową v_0 trzeba wyrzucić rakietę pod kątem $\boldsymbol{\alpha}$ = 45°względem poziomu, aby rozbłysła ona w najwyższym punkcie swego toru, jeżeli czas palenia się zapalnika rakiety wynosi $\boldsymbol{t}$ = 6s ?

78. Ciało rzucone poziomo z wysokości $\boldsymbol{h}$ = 40m uderza w ziemię pod kątem $\boldsymbol{\alpha}$ = 60^o do poziomu. Obliczyć wartość prędkości w końcowym punkcie toru. Dane jest przyspieszenie ziemskie $\boldsymbol{g}$.

79. Jaka jest minimalna prędkość początkowa $\boldsymbol{v}_x$ ciała spadającego z wysokości $\boldsymbol{R}$ nad poziomem, aby spadając nie przecięło ono okręgu o równaniu $x^2+y^2 = R^2$?

80. Koło o promieniu $\boldsymbol{R}$ = 0;1m obraca się tak, że zależność kąta obrotu $\boldsymbol{\alpha}$ od czasu $\boldsymbol{t}$ zadaje równanie $\boldsymbol{\alpha}$ (t) = $A+Bt+Ct^3$, gdzie B = 2 rad/s, C = 1 rad/s^3. Wyznaczyć dla chwili $\boldsymbol{t}$ = 10 s i dla punktów położonych w odległości $\boldsymbol{R}$ = 2cm od osi obrotu: (A) prędkość kątową (B) prędkość liniową (C) przyspieszenie styczne, normalne i całkowite.

81. Znaleźć prędkość sztucznego satelity ziemskiego krążącego po orbicie kołowej na wysokości 230 km nad powierzchnią Ziemi, przyjmując, że przyspieszenie ziemskie na tej wysokości wynosi $\boldsymbol{g}$ = 920 cm/s. Promień Ziemi $\boldsymbol{R}$ jest równy 6370 km.

82. Koło wiruje ze stałym przyspieszeniem kątowym $\boldsymbol{\varepsilon}$ = 2 rad/s^2. Po upływie czasu $\boldsymbol{t}$ = 0.5 s od rozpoczęcia ruchu przyspieszenie całkowite koła stało się równe $\boldsymbol{a}$ = 13.6 cm/s^2. Znaleźć promień koła.

83. Koło obracające się ruchem jednostajnie opóźnionym podczas hamowania zmniejszyło swą prędkość w ciągu 1 minuty z 200 obr/min do 180 obr/min. Znaleźć przyspieszenie kątowe i liczbę obrotów wykonanych przez koło do momentu zatrzymania się.

84. Karuzela rozpędza się od zera do prędkości $\boldsymbol{\omega}$ = 20 rad/s w czasie 20s. Jaką drogę pokona w tym czasie punkt na obrzeżu karuzeli ? $\boldsymbol{R}$ = 5cm.

85. Ciało porusza się po okręgu o promieniu $\boldsymbol{R}$ ze stałą prędkością liniową $\boldsymbol{v}$. Wyznaczyć (narysować i policzyć długość) wektor prędkości średniej w chwili gdy ciało pokonało 3/4 obwodu okręgu.

86. Znaleźć promień obracającego się koła, jeżeli wiadomo, że prędkość $\boldsymbol{v}_1$ punktu znajdującego się na obwodzie koła jest 2.5 raza większa od prędkości $\boldsymbol{v}_2$ punktu położonego 5 cm bliżej środka.

87. Wentylator wiruje z prędkością obrotową 900obr./min. Po wyłączeniu wentylator porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym i wykonuje 75 obrotów do chwili zatrzymania się. Ile czasu mija od wyłączenia wentylatora do jego zatrzymania się.

88. Koło obracające się ruchem jednostajnie przyśpieszonym osiągnęło prędkość kątową $\boldsymbol{\omega}$ = 20rad/s po wykonaniu $\boldsymbol{N}$ = 10obr. , licząc od rozpoczęcia ruchu. Znaleźć przyśpieszenie kątowe koła.

89. Koło o promieniu $\boldsymbol{r}$ toczy się ruchem jednostajnym z prędkością kątową $\boldsymbol{\omega}$ po prostej. Zbadać ruch dowolnego punktu leżącego na obwodzie koła. Podać zależność prędkości $\boldsymbol{v}$ i drogi $\boldsymbol{s}$ przebytej przez ten punkt od czasu t.

90. Koło o promieniu $\boldsymbol{R}$ = 2m obraca się tak, że kąt obrotu promienia kola φ zależy od czasu $\boldsymbol{t}$ w następujący sposób: $\varphi(t) = A + Bt + Ct^3$, gdzie B = 4rad/s, C = 3 rad/s^2

    Wyznaczyć po czasie t = 2s od momentu rozpoczęcia ruchu dla punktów położonych w odległości 3$\boldsymbol{R}$/4 od osi obrotu:

    a) prędkość kątową,
    b) prędkość liniową,
    c) przyspieszenie styczne, normalne i całkowite.

91. Wyznaczyć składowe prędkości i przyspieszenia w ruchu po torze opisanym równaniami parametrycznymi: $x(t) = A\cos(bt^2)$, $y(t) = B\sin(bt^2)$, gdzie A, B, b stałe. Podać równanie toru. Określić rodzaj ruchu. Podać sposób obliczania zależności promienia krzywizny toru od czasu.

92. Parametryczne równania ruchu ciała mają postać: $x(t) = \boldsymbol{v}_0 t \cos\alpha$, $y(t) = \boldsymbol{v}_0 t \sin\alpha - 1/2gt^2$. Co to za ruch? Wyznaczyć: przyspieszenie styczne i normalne w dowolnej chwili t; (B) zależność krzywizny toru od czasu.

93. Ruch punktu materialnego w biegunowym układzie odniesienia opisują równania $\boldsymbol{r} = b\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{\varphi} = c/\boldsymbol{t}$, b, c=const. Znaleźć tor ruchu, prędkość i przyspieszenie punktu jako funkcję czasu.