1. Ciało wykonuje prosty ruch harmoniczny zgodnie z równaniem $\boldsymbol{x}(t) = 6{,}0\cos(3\pi t+\frac{1}{3}\pi)$, gdzie x wyrażone jest w metrach, $\boldsymbol{t}$ w sekundach, a zawartość nawiasu w radianach. Jakie jest: (a) przemieszczenie, (b) prędkość, (c) przyspieszenie oraz (d) faza w chwili $\boldsymbol{t}$ = 2s. Znaleźć również częstość i okres drgań.
2. Napisać równanie ruchu drgającego o amplitudzie 5 cm, jeśli w ciągu 1 min zachodzi 150 drgań, a faza początkowa drgań równa jest 45^0. Sporządzić wykres tego ruchu.
3. Po jakim czasie od rozpoczęcia ruch punkt drgający według równania $x = 7\sin(0.5\pi t)$ przebywa drogę od położenia równowagi do największego wychylenia?
4. Punkt materialny o masie 10 g oscyluje według równania $x = 5\sin\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{4}\right)$. Znaleźć maksymalną siłę działającą na punkt i całkowitą energię drgającego punktu.
5. Do sprężyny jest podwieszony ciężar 10 kG. Wiedząc, że pod wpływem siły 1 kG sprężyna wydłuża się o 1,5 cm, określić okres drgań pionowych ciężaru.
6. Punkt materialny porusza się ruchem drgającym. Równanie wychylenia ma postać: $\boldsymbol{x} = 0{,}1\sin(8\pi t+\Phi_0)$
   -określić wielkości charakteryzujące ruch drgający (amplitudę $\boldsymbol{A}$, częstość $\boldsymbol{\omega}$, okres $\boldsymbol{T}$ i częstotliwość $\boldsymbol{f}$),
   -obliczyć fazę początkową, jeżeli wiadomo, że w czasie $\boldsymbol{t}$ = 0 wychylenie jest równe połowie amplitudy,
   -napisać równania na $\boldsymbol{v}(t)$ i $\boldsymbol{a}(t)$,
   -obliczyć siłę działającą na ciało, gdy jego masa wynosi 2g,
   -obliczyć maksymalną prędkość drgającego ciała,
   -obliczyć maksymalne przyspieszenie ciała,
   -obliczyć prędkość, przyspieszenie, energię kinetyczną i potencjalną, kiedy wychylenie równe jest amplitudzie,
   -obliczyć całkowitą energię ciała.
7. Napisać równanie ruchu harmonicznego o amplitudzie $\boldsymbol{A}$ = 5cm, jeżeli w ciągu $\boldsymbol{t}$ = 1min zachodzi n = 150 drgań, a faza początkowa drgań jest równa $\boldsymbol{\Phi}_0 = 45^0$. Sporządzić wykres tego ruchu.
8. Punkt materialny wykonuje ruch harmoniczny prosty w dół wokół punktu x = 0. W czasie t = 0 ma przemieszczenie x = 0,37 cm i prędkość zerową. Przy częstości ruchu 0,25 Hz określić: a) okres, b) częstość kołową, c) amplitudę, d) przemieszczenie w chwili t (dowolnej), e) prędkość w chwili t (dowolnej), f) maksymalną prędkość, g) maksymalne przyspieszenie.
9. Jaką część energii całkowitej stanowi energia kinetyczna, a jaką potencjalna, jeżeli w ruchu harmonicznym prostym przemieszczenie w pewnej chwili wynosi pół amplitudy **A**? (b) Przy jakim przemieszczeniu energia kinetyczna jest równa energii potencjalnej?
10. Wykazać, że w prostym ruchu harmonicznym średnia energia potencjalna jest równa średniej energii kinetycznej, jeżeli te średnie wyznaczamy dla całego okresu $\boldsymbol{T}$. Wykazać, że wspomniana wartość średnia równa jest $1/4\boldsymbol{kA}^2$.
11. Wykazać ponadto, że gdy wyznaczamy średnie energie na drodze równej $2\boldsymbol{A}$, średnia energia potencjalna wynosi $1/6\boldsymbol{kA}^2$, a średnia energia kinetyczna $1/3\boldsymbol{kA}^2$. Skąd ta różnica?

12. Na oscyloskopie elektrony są odchylane przez dwa wzajemnie prostopadłe pola elektryczne. Odchylenie w danej chwili t dane jest za pomocą wzoru $x(t) = A\cos\omega t$ oraz $y(t) = A\cos(\omega t + \Phi)$. Opisać drogę elektronów i napisać równanie dla $\Phi = 0$. (b) To samo dla $\Phi = 30^o$ oraz (c) dla $\Phi = 90^o$.

13. Ciało o masie m, zawieszone na nieważkiej nici o długości L, może wykonywać drgania w płaszczyźnie pionowej (wahadło matematyczne). Obliczyć okres drgań T w przypadku wychylenia wahadła matematycznego o mały kąt α.

14. Ciało o masie m, zawieszone na nieważkiej nici o długości L, może poruszać się po okręgu w płaszczyźnie poziomej tak, że nić w tym ruchu zakreśla stożek (wahadło stożkowe). Obliczyć czas obiegu masy m po okręgu.

15. W rurce zgiętej w kształcie litery U znajduje się słup wody o długości L, przy czym w chwili początkowej poziom wody w jednym ramieniu rurki jest wyższy niż w drugim. Jaki będzie okres drgań słupa wody, zakładając brak sił lepkości? Napisać kinematyczne równanie ruchu drgającego, tzn. zależność wychylenia x od czasu, jeśli największa różnica poziomów w chwili początkowej i wynosi h.

16. Stacja kosmiczna, mająca kształt wielkiego pierścienia o średnim promieniu R_r, wiruje wokół swojej osi ze stałą prędkością kątową ω. Na suficie stacji zawieszono wahadło matematyczne. Jak na podstawie pomiaru okresu drgań własnych wahadła T_w, długości nici L oraz długości średniego promienia R_r można określić czas T_S pełnego obiegu stacji wokół jej osi? Przyjąć, że średnica pierścienia jest bardzo duża w porównaniu z długością wahadła.

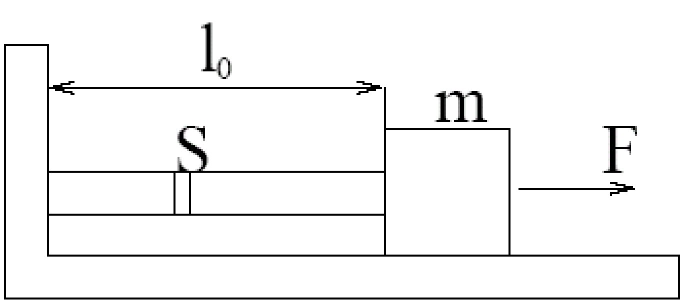
17. Kulkę zawieszoną na nici o długości L uniesiono do punktu zaczepienia nici i następnie puszczono swobodnie. Czy czas t_1 opadania kulki będzie większy, czy mniejszy od czasu t_2, w ciągu którego kulka, odchylona o mały kąt z położenia równowagi, wróci do tego położenia?

18. Dwie kulki o jednakowych masach m zawieszono na dwóch niciach o długościach L_1 i L_2. Nici umocowano na różnych wysokościach w taki sposób, ˙ze kulki wiszą na tym samym poziomie i stykają się ze sobą. Kulkę wiszącą na nici o długości L_1 odchylono o mały kąt i puszczono swobodnie tak, że zderzyła się ona sprężyście z drugą kulką. Po jakim czasie nastąpi czwarte zderzenie?

19. Wyobraźmy sobie, że przez kulę ziemską przewiercono wzdłuż jej osi na wylot tunel. Po jakim czasie masa m, która spada swobodnie w tunelu pojawi się u jego wylotu?

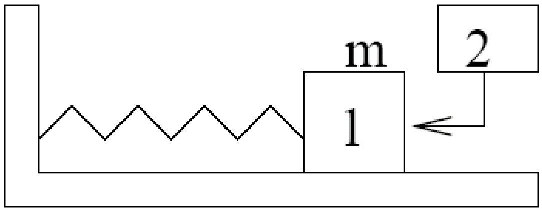
20. Ciało o masie $m = 10g$ wykonuje drgania harmoniczne o amplitudzie $A = 10cm$ i częstotliwości $\nu = 100$Hz. Obliczyć maksymalne wartości: siły zwracającej F_z, energii potencjalnej E_p oraz energii kinetycznej E_k drgań.

21. Pręt ze stali, o module Younga E, mający długość l_0 i przekrój S, jest zamocowany do ściany. Na swobodnym końcu pręta zawieszono ciało o masie m. Gdy do ciała przyłożono siłę F tak, że pręt się wydłużył, a następnie siłę tę usunięto, masa m zaczęła

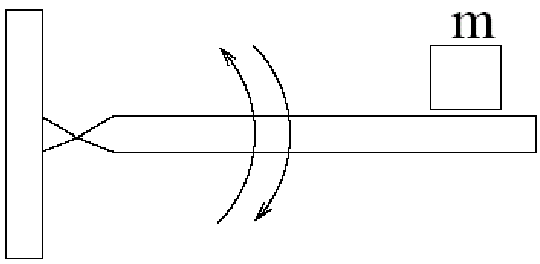


wykonywać drgania, ślizgając się po gładkiej powierzchni bez tarcia. Przy jakich warunkach drgania te będą harmoniczne? Obliczyć okres T drgań własnych masy m (pominąć masę pręta). Napisać równanie ruchu masy m.

22. Na układ I (czyli masę m) działa układ II z częstotliwością ν, równą w przybliżeniu częstotliwości drgań własnych układu I (czyli układ I drga w rezonansie z układem II). Ile energii w ciągu jednego okresu musi dostarczyć układ pobudzający II do układu pobudzanego I, aby amplituda drgań układu I była stale równa A, jeżeli współczynnik tarcia masy m o podłoże wynosi μ?



23. Podstawka, na której leży ciężarek o masie m wykonuje drgania harmoniczne w kierunku pionowym, przy czym amplituda tych drgań wynosi A i jest tak mała, że możemy przyjąć, iż podstawka pozostaje cały czas pozioma. Jaka może być największa częstotliwość drgań, przy której ciężarek nie oderwie się jeszcze od podstawki?



24. W środku pierścienia o promieniu R = 10m i masie M = 300Mg znajduje się mała kulka, która może poruszać się tylko po prostej prostopadłej do płaszczyzny pierścienia. Znaleźć okres drgań tej kulki przy niewielkich wychyleniach z położenia równowagi. Stała grawitacji **G** $= 6{,}67\cdot 10^{-11}$ m^3/kg$\cdot$s^2.

25. Kulka o masie m zawieszona na nici o długości L została wytrącona z położenia równowagi w ten sposób, że nitka utworzyła kąt α z kierunkiem pionowym. Opisać zachowanie się kulki przyjmując, że jej rozmiary są bardzo małe w stosunku do długości nitki, a sama nitka jest nieważka i nierozciągliwa.

26. Wyznaczyć częstość kołową drgań aerometru o masie m = 100g zanurzonego w wodzie, po wytrąceniu z położenia równowagi poprzez przesunięcie w kierunku pionowym o odcinek A_o = 2cm. Ruchowi aerometru towarzyszy siła oporu proporcjonalna do jego prędkości. Znaleźć pracę sił tarcia w czasie pierwszego okresu drgań. Do obliczeń przyjąć wartość współczynnika oporu **b** = 0,01kg/s, średnicę aerometru D = 7mm, gęstość wody ρ = 998,2kg/m^3.

27. Obliczyć okres drgań wahadła matematycznego znajdującego się w windzie:
a) poruszającej się z v = const.
b) poruszającej się ruchem jednostajnie przyspieszonym w górę z a = 2m/s^2
c) poruszającej się ruchem jednostajnie przyspieszonym w dół z a = 2m/s^2
d) poruszającej się ruchem jednostajnie przyspieszonym w dół z $a = g$, gdzie **g** to przyspieszenie ziemskie.

28. Krążek jest zamocowany w punkcie leżącym na jego obwodzie. Znaleźć okres małych drgań i podać długość równoważnego wahadła matematycznego tzn. wykonującego drgania o takim samym okresie.

29. Probówka obciążona śrutem pływa częściowo zanurzona w wodzie o gęstości $\boldsymbol{\rho}$. W pewnej chwili probówka została wepchnięta na pewną głębokość do wody i puszczona swobodnie. Obliczyć okres $\boldsymbol{T}$ drgań własnych probówki, jeżeli pole przekroju poprzecznego probówki wynosi $\boldsymbol{S}$, a masa probówki ze śrutem wynosi $\boldsymbol{m}$.

30. Na desce leży ciężarek o masie $\boldsymbol{m}$ = 2kg. Deska wykonuje drgania harmoniczne w kierunku pionowym o okresie $\boldsymbol{T}$ = 0,5s i amplitudzie $\boldsymbol{A}$ = 3cm. Obliczyć maksymalną siłę wywieraną przez ciężarek na deskę.

31. Zegar wahadłowy, który posiada wahadło sekundowe, tzn. o okresie drgań $\boldsymbol{T}_1$ = 1s, wskazuje dokładny czas na powierzchni Ziemi. O ile sekund będzie się spóźniał zegar w ciągu doby, jeżeli zostanie przeniesiony na wysokość $\boldsymbol{h}$ = 200, nad powierzchnię Ziemi?

32. Jak zmieni się okres drgań pionowych ciężaru wiszącego na dwóch jednakowych sprężynach, jeśli połączenie szeregowe sprężyn zostanie zastąpione połączeniem równoległym?

33. Areometr o masie $\boldsymbol{M}$ = 0,2 kg pływa w cieczy. Gdy zanurzy się go nieco w cieczy i puści, to zacznie on wykonywać drgania z okresem $\boldsymbol{T}$ = 3,4 s. Pokazać, że drgania areometru są harmoniczne, oraz znaleźć gęstość cieczy $\boldsymbol{\rho}$, w której on pływa. Średnica rurki areometru jest równa $\boldsymbol{d}$ = 1 cm.

34. Skala wagi sprężynowej ma zakres od 0 do 32 kG oraz długość 20 cm. Na wadze tej zawieszono paczkę, która wykonuje drgania pionowe o częstości 2 Hz. Ile waży ta paczka?

35. Ciało leży na tłoku, który porusza się prostym ruchem harmonicznym w kierunku pionowym z okresem 1 s. (a) Przy jakiej amplitudzie ciało oddzieli się od tłoka? (b) Jeżeli drgania tłoka mają amplitudę 5 cm, to jaka jest maksymalna częstość, przy której tłok i ciało jeszcze się stykają?

36. Z blachy metalowej wycięto krążek o średnicy 1 m. W krążku wywiercono mały otwór i zawieszono go na gwoździu na ścianie jako wahadło. Oznaczmy przez $\boldsymbol{L}$ odległość od gwoździa do środka krążka. (a) Dla jakiej wartości $\boldsymbol{L}$ okres tego wahadła będzie równy 1,7s? (b)Przypuśćmy, że chcemy mieć najmniejszy możliwy okres wahań; jaka będzie wówczas długość $\boldsymbol{L}$?

37. Pozioma platforma wykonuje drgania o amplitudzie **A**. Jaka może być maksymalna częstość drgań platformy, by leżące na niej ciało nie oderwało się?

38. Na poziomym doskonale gładkim stole leży, przymocowane sprężyną do ściany ciało o masie $\boldsymbol{M}$. W ciało to trafia pocisk o masie $\boldsymbol{m}$ lecący poziomo z prędkością $\boldsymbol{V}$ i zostaje w nim. Po zderzeniu ciało wraz z pociskiem wykonuje drgania harmoniczne z amplitudą $\boldsymbol{A}$. Wyznaczyć częstość tych drgań.

39. Pokazać, że ścisłe rozwiązanie wahadła prostego prowadzi do zależności częstotliwości od amplitudy (kąta wychylenia).

40. Cząstka o masie $\boldsymbol{m}$ i ładunku $\boldsymbol{q}$ wpada w obszar pola elektrycznego, którego natężenie zmienia się w czasie zgodnie ze wzorem: $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \sin(\omega \boldsymbol{t}+f)$. Prędkość początkowa cząstki $\boldsymbol{v}_0$ skierowana jest prostopadle do kierunku pola elektrycznego. Znaleźć równanie toru, po którym poruszać się będzie cząstka.

41. Na cienkiej nici o długości $\boldsymbol{L}$ zawieszono kulkę o promieniu $\boldsymbol{r} = 0.1\boldsymbol{L}$. Wyznaczyć błąd względny, jaki zostanie popełniony przy obliczaniu okresu drgań, jeśli potraktuje się ten układ jako wahadło matematyczne.
42. Dwa punkty materialne wykonują proste ruchy harmoniczne o równych amplitudach i częstościach wzdłuż jednej linii prostej. Spotykają się one, posuwając się w kierunkach przeciwnych, wówczas, gdy ich przemieszczenia równają się połowie amplitudy. Jaka jest różnica faz obu tych ruchów?
43. Sprężynę o stałej sprężystości 7,0 N/m i zaniedbywanej masie przecięto w połowie długości. A) Jaka jest stała sprężystości każdej połówki? B) Dwie połówki, zaczepione oddzielnie podtrzymują klocek o masie $\boldsymbol{M}$. Układ drga z częstotliwością 3,0 Hz. Obliczyć masę $\mathbf{M}$.
44. Jednorodna sprężyna o masie długości normalnej (nie naprężona ani nie rozciągnięta) równej $\boldsymbol{l}$ ma współczynnik sprężystości $\mathbf{k}$. Sprężynę przecięto na dwie części o długościach normalnych $\boldsymbol{l}_1$ i $\boldsymbol{l}_2$, gdzie $\boldsymbol{l}_1 = \mathrm{n}\boldsymbol{l}_2$ przy $\mathbf{n}$ równym liczbie całkowitej. Obliczyć odpowiadające tym odcinkom stałe sprężystości $\mathbf{k}_1$ i $\mathbf{k}_2$ w zależności od $\mathbf{n}$ i $\mathbf{k}$. Sprawdzić otrzymany wynik dla $\mathbf{n} = 1$ i $\mathbf{n} = \infty$.
45. Dwie sprężyny o stałych sprężystości $\mathbf{k}_1$ i $\mathbf{k}_2$ połączono szeregowo. W punkcie połączenia przyczepiono kulkę o masie $\boldsymbol{m}$, a drugie końce sprężyn przyczepiono do dwóch przeciwległych ścian. Obliczyć częstotliwość drgań układu
46. Dwie sprężyny o stałych sprężystości $\mathbf{k}_1$ i $\mathbf{k}_2$ połączono szeregowo. Jedną sprężynę przymocowano do ściany, do końca drugiej przyczepiono kulkę o masie $\boldsymbol{m}$. Obliczyć częstotliwość drgań układu.
47. Klocek o masie $\boldsymbol{M} = 8{,}0$ kg zawieszono na sprężynie o współczynniku sprężystości $\mathbf{k} = 3{,}0$ N/m. Z dołu w kierunku klocka wystrzelono z prędkością $\boldsymbol{v} = 500$ m/s pocisk o masie $\boldsymbol{m} = 10$g. Pocisk ten utknął w klocku. Znaleźć amplitudę powstałego ruchu harmonicznego prostego.
48. Poziomą nieważką sprężynę przytwierdzono do osi pełnego walca w ten sposób, że może się on toczyć bez poślizgu wzdłuż poziomej powierzchni. Drugi koniec sprężyny przymocowano do nieruchomej ściany. Współczynnik sprężystości $\mathbf{k} = 3$ N/m. Sprężynę rozciągnięto o $\boldsymbol{x} = 0{,}25$m i puszczono. Znaleźć a) energię kinetyczną ruchu postępowego i b) obrotowego w chwili, gdy walec przechodzi przez położenie równowagi. c) Pokazać, że w tych warunkach środek masy walca wykonuje proste drgania harmoniczne i policzyć ich okres.
49. Na poziomym gwoździu zawieszono obręcz o promieniu $\boldsymbol{R} = 2$m i masie $\boldsymbol{M} = 8$kg. Jaka jest częstość drgań dla małych wychyleń z położenia równowagi?
50. Na sprężynie jest zawieszona szalka wagi z odważnikami. Okres drgań pionowych jest wówczas równy $\boldsymbol{T}_1$. Po obciążeniu szalki dodatkowymi odważnikami okres drgań pionowych wynosi $\boldsymbol{T}_2$. O ile wydłużyła się sprężyna pod wpływem dodatkowego obciążenia?
51. Na sprężynie wisi szalka o masie $\boldsymbol{m}_1$, pod wpływem której sprężyna rozciąga się o odcinek $\boldsymbol{d}$. Na szalkę wysokości $\boldsymbol{h}$ spada ciężarek o masie $\boldsymbol{m}_2$, zderzając się z nią niesprężyście. Znaleźć okres drgań $\boldsymbol{T}$, amplitudę $\boldsymbol{A}$ oraz maksymalną wysokość $\boldsymbol{H}$ (od początkowego położenia równowagi), jaką osiągną masy. Opory ruchu zaniedbać.

52. Amplituda wahadła matematycznego o długości $\boldsymbol{L}$ = 0,8m zmalała w ciągu $\boldsymbol{t}$ = 100s o jedną trzecią. Obliczyć wartość logarytmicznego dekrementu tłumienia oraz czas $\boldsymbol{t}$, w ciągu którego amplituda przemieszczenia zmaleje **e** razy.

53. Obliczyć logarytmiczny dekrement tłumienia, jeśli amplituda drgań wymuszonych w przypadku bardzo małej częstości kołowej siły wymuszającej wynosi $\mathbf{A}_{stat}$ = 1mm, natomiast w rezonansie amplituda wynosi $\mathbf{A}_{rez}$ = 22mm. Przyjąć, że drgania są słabo tłumione.