

1. Jak daleko od Ziemi musi znajdować się ciało, aby przyciąganie grawitacyjne Słońca zrównoważyło przyciąganie ziemskie? Masa Słońca równa się $3,24 \cdot 10^5$ mas Ziemi, a odległość Z-S wynosi około $1,49 \cdot 10^8$ km.
2. Określić masę Ziemi na podstawie okresu T i promienia r orbity Księżyca dookoła Ziemi; $T = 27,4$ dni i $r = 3,85 \cdot 10^5$ km.
3. Pokazać, na jakiej wysokości nad poziomem Ziemi popełniamy błąd 5% podając energię potencjalną ciała o masie m używając wzoru $E_p = mgh$ zamiast dokładnego wzoru wynikającego z prawa powszechnego ciążenia.
4. Obliczyć pracę wykonaną przez siłę $F(x,y,z) = (x^2z; -xy, 5)$ przy przejściu od punktu $A = (-1; 0; 0)$ do punktu $B = (1; 0; 0)$
 - po prostej wzdłuż osi x
 - po półokręgu w płaszczyźnie xy .
 - Czy ta siła jest zachowawcza?
5. Obliczyć prędkość V , jaką powinien mieć satelita krążący po orbicie o promieniu R , jeśli:
 $R \approx R_Z = 6370$ km,
 $R \approx R_K = 3,84 \cdot 10^5$ km,
gdzie R_Z – promień Ziemi, a R_K – średnia odległość od Księżyca. Obliczyć czas T pełnego obiegu satelity wokół Ziemi w obu powyższych przypadkach.
6. Obliczyć drugą prędkość kosmiczną V_{II} , tj. prędkość, z jaką powinien być wystrzelony pocisk z powierzchni planety o masie M i promieniu R , aby nie wrócił do tej planety. Obliczyć stosunek energii, jaką ma w momencie wystrzelenia pocisk lecący z drugą prędkością kosmiczną do energii pocisku wystrzelonego z tej planety lecącego z pierwszą prędkością kosmiczną.
7. Z jaką prędkością V powinna wystartować rakietą o masie m z powierzchni Ziemi w kierunku jej ruchu po orbicie okołosłonecznej, aby rakietą ta mogła opuścić Układ Słoneczny. Pierwsza prędkość kosmiczna ziemską wynosi $V_{IZ} \approx 8$ km/s, a prędkość Ziemi po orbicie okołosłonecznej wynosi $V_{IS} \approx 30$ km/s.
8. Znaleźć masę Ziemi, jeżeli sztuczny satelita obiega Ziemię na wysokości $h = 1000$ km w czasie $T = 106$ min. Promień Ziemi R , stała grawitacji G .
9. Znaleźć wartość pierwszej prędkości kosmicznej. Przyjąć, że dane są: promień Ziemi i przyspieszenie swobodnego spadku.
10. Z jaką prędkością krąży Ziemia wokół Słońca, jeżeli odległość między nimi wynosi r , a masa Słońca M , stała grawitacji G .
11. Znaleźć wartość drugiej szybkości kosmicznej, tzn. najmniejszej szybkości początkowej, która zapewniłaby ciało wyrzuconemu z powierzchni Ziemi oddalenie się do nieskończoności, gdyby nie było oporu powietrza. Przyjąć, że dane są: promień Ziemi i przyspieszenie swobodnego spadku.
12. Znajdź prędkość ruchu Księżyca wokół Ziemi zakładając, że jego orbita jest kołowa. Przyjąć, że masa Ziemi wynosi M , odległość między Ziemią a Księżycem r a stała grawitacji G .

13. Jakie jest przyspieszenie grawitacyjne na planecie, której promień i średnia gęstość są dwa razy większe od promienia i średniej gęstości Ziemi?
14. W jakiej odległości od powierzchni Ziemi przyspieszenie siły ciężkości równa się 1 m/s^2 ?
15. Na jakiej wysokości ciężar ciała jest n razy mniejszy od ciężaru ciała na powierzchni Ziemi? Promień Ziemi $R = 6370 \text{ km}$.
16. O ile zmniejszy się ciężar ciała na szczycie góry Mount Everest o wysokości $h = 8848 \text{ km}$ w porównaniu z jego ciężarem na poziomie morza? Promień Ziemi $R = 6370 \text{ km}$.
17. Wyznaczyć energię całkowitą satelity o masie m obiegającego planetę o masie M po stacjonarnej orbicie o promieniu R . Stała grawitacji G .
18. Jaki będzie stosunek ciężarów Q_J i Q_S człowieka na powierzchni planet Jowisza i Saturna do jego ciężaru Q_Z na powierzchni Ziemi, jeżeli stosunek mas tych planet do masy Ziemi wynosi odpowiednio $M_S/M_Z = 95,22$ oraz $M_J/M_Z = 318,35$ a stosunek promieni wynosi $R_S/R_Z = 9,47$ i $R_J/R_Z = 11,27$.
19. W jakiej odległości R_s od środka Ziemi powinien krążyć satelita aby znajdował się on stale nad tym samym punktem kuli ziemskiej? Wynik wyrazić za pomocą $R_z = 6370 \text{ km}$ promień Ziemi, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ przyspieszenie na powierzchni Ziemi, $T_z = 24 \text{ h}$ okres obrotu Ziemi.
20. Oszacować jakie promienie powinny mieć Ziemia i Słońce aby stały się czarnymi dziurami. Ile wynosiły by wówczas ich gęstości? Ile ważyły by umieszczone na ich powierzchniach blondynki o masie $m = 55 \text{ kg}$ każda?
21. Okres obrotu Słońca wokół własnej osi wynosi obecnie $T = 27$ dni. Po czasie potrzebnym na spalenie się paliwa jądrowego ($\approx 5 \cdot 10^9 \text{ lat}$) Słońce zacznie się kurczyć w procesie grawitacyjnego kolapsu. Oszacować promień Słońca przy którym zacznie się ono rozpadać. Masa Słońca $M_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, promień $R_s = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$.
22. Wzdłuż średnicy Ziemi wykopano tunel. Obliczyć po jakim czasie ciało rzucone do tunelu pojawi się po drugiej stronie tunelu?
23. Pokazać, że jeżeli $h \ll R_z$ to energię potencjalną możemy przybliżyć wzorem $E_p = mgh$.
24. W ołowianej kuli o promieniu R wydrążono wnękę kulistą tak, że powierzchnia wydrążenia styka się z zewnętrzną powierzchnią kuli oraz przechodzi przez jej środek. Masa kuli przed wydrążeniem wynosiła M . Jaką siłą, zgodnie z prawem powszechnego ciążenia, kula ołowiana będzie przyciągać małą kulkę o masie m umieszczoną w odległości d od środka kuli na prostej łączącej środki kul i wydrążenia?
25. Obiekt kosmiczny porusza się z prędkością V w kierunku Słońca. Parametr zderzenia ze słońcem wynosi L (najmniejsza odległość między środkiem Słońca a kierunkiem ruchu obiektu przed pojawieniem się sił oddziaływania). Znaleźć najmniejszą odległość na jaką obiekt zbliży się do Słońca.
26. Planeta o masie m krąży wokół Słońca po elipsie, przy czym największa jej odległość od Słońca wynosi r_1 , a najmniejsza r_2 . Znaleźć moment pędu tej planety względem Słońca.
27. Dwa punkty materialne o masach m i M znajdują się początkowo w spoczynku w nieskończonej odległości od siebie. Obliczyć względną prędkość ich zbliżania się

wywołanego przyciąganiem grawitacyjnym w chwili, gdy znajdują się one w odległości d od siebie.

28. Pokazać, że prędkość ucieczki ze Słońca w odległości równej odległości Ziemi od Słońca jest 2 razy większa niż prędkość Ziemi na jej orbicie. Założyć, że orbita Ziemi jest kołowa.
29. Znaleźć prędkość ruchu Księżyca wokół Ziemi zakładając, że orbita jest kołowa.
30. Sztuczny satelita krąży ze stałą prędkością kątową dookoła Ziemi (promień R) po orbicie kołowej o promieniu r . Obliczyć okres obiegu satelity. Obliczenia numeryczne wykonać dla $r = 7938$ km, $R = 6280$ km, $g = 9.8$ m/s².
31. Na jakiej wysokości ciężar ciała jest n razy mniejszy od ciężaru tego ciała na powierzchni Ziemi?
32. Znaleźć masę Ziemi, jeżeli wiadomo, że sztuczny satelita obiega Ziemię na wysokości $h = 1000$ km w czasie $T = 106$ min. Promień Ziemi $R = 6370$ km, stała grawitacji $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ m³/(kg*s²).
33. Jaki będzie okres wahadła na biegunie południowym, jeżeli na równiku wahadło to ma okres dokładnie równy jednej sekundzie?
34. Oblicz promień orbity satelity telekomunikacyjnego.
35. Znaleźć potencjał pola grawitacyjnego w punkcie odległym o $r < R$ od środka jednorodnej kuli o masie M i promieniu R .