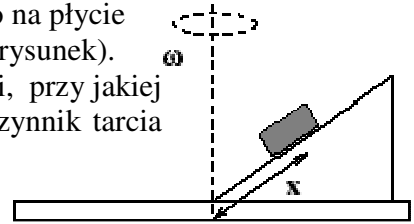


1. Obliczyć moment bezwładności jednorodnego pręta o masie M i długości L względem osi prostopadłej do niego i przechodzącej przez: (a) koniec pręta, (b) środek pręta.
2. Obliczyć momenty bezwładności walca pełnego i wydrążonego o masie M i promieniach odpowiednio R oraz R_1 i R_2 , względem osi symetrii oraz osi stycznej do pobocznic walca i równoległej do osi symetrii.
3. Wykazać, że moment bezwładności płyty prostokątnej o bokach a i b względem osi prostopadłej do jej powierzchni i przechodzącej przez jej środek wynosi $M(a^2+b^2)/12$.
4. Dwie masy M i m są połączone prętem o długości L i znikomo małej masy. Pokazać, że moment bezwładności względem osi prostopadłej do pręta jest najmniejszy dla osi przechodzącej przez środek masy układu.
5. Jaki jest moment bezwładności trójkąta o podstawie a i wysokości h oraz gęstości powierzchniowej σ względem osi przechodzącej przez podstawę.
6. Znaleźć osie główne i odpowiednie momenty bezwładności względem środka masy dla następujących jednorodnych ciał o danych masach:
 - a) prostopadłościanu o bokach a ; b ; c ,
 - b) kuli o promieniu R ,
 - c) stożka o wysokości h i promieniu podstawy R .
7. Na pionowo ustawionym obracającym się wokół średnicy pionowej okręgu o promieniu R znajduje się koralik. Znaleźć punkty na okręgu, w których koralik będzie w spoczynku (względem okręgu).
8. Droga przebyta przez punkt materialny poruszający się po okręgu o promieniu $r = 2m$ zależy od czasu. Zależność ta wyraża się wzorem $s = at^2 + bt$. Znaleźć przyspieszenie normalne, styczne i przyspieszenie całkowite po upływie 5 s. od chwili rozpoczęcia ruchu. Stałe $a = 3\text{m/s}^2$, $b = 1\text{m/s}$.
9. Znaleźć zależność od prędkości siły oporu działającej na ciało o masie m , które poruszając się wzdłuż osi x przebywa odcinek $(0; x)$ w czasie $t = ax^2 + bx + c$, gdzie a , b i c są stałymi.
10. Kolistą tarczą o promieniu R wiruje wokół swej osi z prędkością kątową ω . Ze środka tarczy wyrusza biedronka idąc wzdłuż wybranego promienia z prędkością v_0 . Podaj równania ruchu biedronki, wektor prędkości oraz przyspieszenia w układzie kartezjańskim i biegunowym.
11. *Podaj równania ruchu, wektor prędkości oraz przyspieszenia w układzie kartezjańskim oraz biegunowym punktu P na obręczy o promieniu R toczącej się po idealnie równej powierzchni. Środek obręczy porusza się ze stałą prędkością v_0 .
12. Koło obraca się z przyspieszeniem kątowym ϵ danym przez wyrażenie $\epsilon = 4at^3 - 3bt^2$, gdzie t oznacza czas, a i b to stałe. Koło ma początkową prędkość kątową ω . Napisać równania na (a) prędkość kątową i (b) drogę kątową - jako funkcje czasu.
13. Obliczyć promień R koła zamachowego, jeżeli przy prędkości liniowej punktów na obwodzie $v_1 = 6\text{m/s}$ punkty znajdujące się o $l = 15\text{cm}$ bliżej osi poruszają się z prędkością liniową $v_2 = 5,5\text{m/s}$.
14. Punkt materialny porusza się po okręgu o promieniu $R = 20\text{cm}$ ze stałym co do wartości przyspieszeniem liniowym $a_s = 5\text{m/s}^2$. Po jakim czasie t od chwili rozpoczęcia ruchu przyspieszenie dośrodkowe a_d będzie co do wartości dwa razy większe od przyspieszenia liniowego?

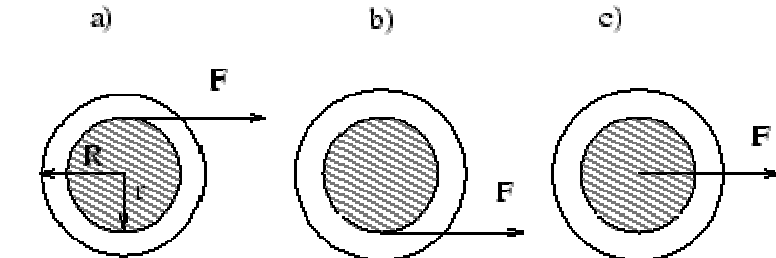
15. Ciało porusza się po okręgu tak, że kąt między wektorami przyspieszenia \mathbf{a} i prędkości liniowej \mathbf{v} ciała wynosi $\alpha = 30^\circ$. Obliczyć stosunek przyspieszenia dośrodkowego do liniowego.
16. Obliczyć prędkość liniową v i przyspieszenie dośrodkowe \mathbf{a}_d punktów powierzchni kuli ziemskiej leżących na równiku oraz na szerokości geograficznej $\phi = 60^\circ$. W zadaniu chodzi o obliczenie przyspieszenia dośrodkowego wynikającego z ruchu wirowego Ziemi ($R_z = 6400\text{km}$).
17. Koło A o promieniu r_A jest połączone paskiem z kołem B o promieniu r_B . Koło A znajdujące się początkowo w stanie spoczynku zwiększa swoją prędkość kątową jednostajnie o $\epsilon \text{ rad/s}^2$. Określić czas, w ciągu którego koło B osiągnie prędkość kątową ω .
18. Obliczyć stosunek siły bezwładności do siły ciężkości dla ciała umieszczonego w wirówce o promieniu R , wykonującej n obrotów na sekundę.
19. Jaką siłą należy przycisnąć klocek hamulcowy do powierzchni koła rozpędowego o momencie bezwładności I i promieniu R , aby zatrzymać je po upływie czasu t , jeżeli wiruje ono z prędkością ω_0 ? Współczynnik tarcia wynosi f .
20. Krążek o promieniu $R = 10\text{cm}$ i ciężarze $Q = 50\text{N}$ wiruje wokół osi przechodzącej przez jego środek z prędkością kątową podaną zależnością $\omega = A + 8t$, gdzie $A = \text{const}$. Oblicz wartość siły stycznej przyłożonej do obwodu krążka. Tarcie pominać.
21. Krążek o masie m i promieniu R obraca się wokół osi przechodzącej przez środek z częstotliwością f_0 . Po czasie t krążek ten zatrzymuje się pod wpływem momentu siły hamującej. Obliczyć: (a) moment siły hamującej M , (b) liczbę obrotów, które wykonał krążek do momentu zatrzymania.
22. Na bloczku o promieniu R i momencie bezwładności I_0 jest nawinięta nić, na końcu której wisi ciało o masie m . Jaką prędkość kątową będzie miał bloczek w chwili, gdy ciało opuści się na odległość h ?
23. Jaką siłą trzeba ciągnąć sznur owinięty na walcu o promieniu R i momencie bezwładności I_0 , aby w ciągu czasu t doprowadzić walec do wykonywania n obrotów w ciągu sekundy dookoła osi walca?
24. Na bębnie o promieniu R jest nawinięty sznur, na którego końcu przywiązany jest odważnik o masie m . Obliczyć moment bezwładności bębna, jeżeli odważnik ruszył z miejsca i opadł o odcinek h w ciągu czasu t .
25. Do obwodu tarczy o promieniu R i masie m jest przyłożona siła styczna F . Obliczyć przyspieszenieątowe tarczy oraz czas od rozpoczęcia działania siły, po upływie którego tarcza osiągnie prędkość ω .
26. Jednorodny krążek o promieniu R i masie m wiruje wokół osi przechodzącej przez jego środek. Prędkość kątową zmienia się wg równania $\omega = 5 + 8t$. Obliczyć przyspieszenieątowe krążka, siłę styczną oraz ilość obrotów wykonanych przez krążek w czasie t .
27. Koło zamachowe o momencie bezwładności $I = 63.6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ obraca się ze stałą prędkością kątową $\omega = 31.4 \text{ rad/s}$. Obliczyć moment hamujący M , pod którego działaniem koło zamachowe zatrzymuje się po upływie $t = 20 \text{ s}$.

28. Do obwodu tarczy o promieniu 0,5m i masie 50kg jest przyłożona siła styczna równa 10kG. Wyliczyć: (1) przyspieszenie kątowe tarczy, (2) czas od rozpoczęcia działania siły, po upływie którego tarcza osiągnie prędkość obrotową 100 obr/min.
29. Koło zamachowe o momencie bezwładności $245 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ obraca się, wykonując 20 obr/s. Koło zatrzymało się po upływie minuty, licząc od chwili ustania działania momentu obrotowego. Obliczyć: (1) moment sił tarcia, (2) liczbę obrotów wykonanych przez koło do całkowitego zatrzymania się po ustaniu działania sił.
30. Na bębnie o promieniu $R = 0,5\text{m}$ jest nawinięty sznur, na którego końcu jest przywiązany odważnik $G = 10\text{kG}$. Obliczyć moment bezwładności bębna, jeżeli odważnik opada z przyspieszeniem $a = 2.04 \text{ m/s}^2$.
31. Rozważ ruch pełnego, jednorodnego walca o masie m i promieniu r staczającego się bez poślizgu z wierzchołka zbocza o wysokości h oraz kącie nachylenia do poziomu α . Policz przyspieszenie oraz prędkość w dowolnej chwili czasu. Następnie porównaj czas ruchu tego walca z czasem ruchu kuli o tych samych parametrach, m i r . Prędkość początkowa w obu przypadkach wynosi zero.
32. Przez blok nieruchomy (walec) o masie M przerzucono nić, do której końców przyczepiono masy m_1 i m_2 . Z jaką prędkością będą się poruszać masy po czasie t od rozpoczęcia ruchu, jeżeli promień bloku wynosi R ?
33. Ze studni za pomocą kołowrotu podnoszone jest wiadro o masie m . W chwili, gdy wiadro znajdowało się na wysokości h od powierzchni wody, oswobodzono rączkę kołowrotu i wiadro zaczęło się opuszczać w dół. Znaleźć prędkość (ruchu postępowego) rączki kołowrotu w chwili uderzenia wiadra o powierzchnię wody w studni, jeżeli odległość rączki od osi obrotu wynosi R , promień wału kołowrotu r , a jego masa M .
34. Koło zamachowe o masie m_1 przymocowane jest współśrodkowo do krążka o promieniu r i masie m_2 . Krążek wprowadzany jest w ruch obrotowy za pomocą opuszczającego się w dół ciężarka o masie m_3 , przywiązanego do nawiniętego na krążek sznurka. Po jakim czasie prędkość kąтова koła zamachowego będzie równa ω ? Przyjąć, że koło obrotowe jest obręczą o promieniu R .
35. Po równi pochyłej o kącie nachylenia α stacza się kula. Jaką prędkość będzie miał środek kuli względem równi po czasie t , jeżeli prędkość początkowa kuli wynosiła zero.
36. Na bloczku o promieniu R i momencie bezwładności I_0 jest nawinięto nić, na końcu której wisi ciało o masie m . Jaką prędkość kątową będzie miał bloczek w chwili, gdy ciało opuści się na odległość h ?
37. Walec o promieniu R i momencie bezwładności I_0 (względem osi walca) stacza się bez poślizgu z równi o kącie nachylenia α . Napisać równania ruchu walca oraz znaleźć przyspieszenie liniowe środka masy w przypadku walca pełnego oraz cienkościennej obręczy.
38. Walec jednorodny o promieniu R i masie m wirujący z prędkością kątową ω położono na płaskiej poziomej powierzchni. Walec zaczął poruszać się po płaszczyźnie wskutek działania tarcia posuwistego. Po jakim czasie t_0 ruch walca po płaszczyźnie będzie odbywał się bez poślizgu?
39. Po równi pochyłej o kącie nachylenia 30° stacza się kula. Jaką szybkość będzie miał środek kuli względem równi pochyłej po czasie 1,5s, jeżeli szybkość początkowa kuli była równa zero?

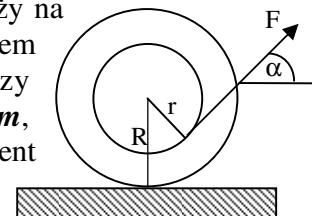
40. Po równi pochyłej o kącie nachylenia α stacza się obręcz, krążek i pełna kula (każde ciało o masie m i promieniu R). Jakie są ich przyspieszenia?
41. Przez blok o masie $M = 100\text{g}$ przewieszono cienką, giętą i nierozciągliwą nić, do której końców przyczepiono dwa ciężary o masach 200g i 300g . Z jakim przyspieszeniem będą poruszać się te ciężary i jakie będzie przyspieszenie kątowe bloku, jeżeli jego promień $R = 10\text{cm}$? Nie uwzględniać tarcia na osi bloku i założyć, że nić nie ślizga się.
42. Jednorodny walec o masie m i promieniu R obraca się jednostajnie dookoła swej osi symetrii z prędkością kątową ω . Oblicz energię kinetyczną oraz moment stałej siły zatrzymującej walec w czasie t .
43. Równię pochyłą o kącie nachylenia do poziomu α ustawiono na płycie gramofonowej obracającej się z prędkością kątową ω (patrz rysunek). Oblicz minimalną i maksymalną odległość od podnóża równi, przy jakiej leżący na równi klocek znajduje się w spoczynku. Współczynnik tarcia na równi wynosi μ .



44. Samolot wykonuje pętlę o promieniu $R = 800\text{m}$ i porusza się po niej z prędkością 720km/h . Z jaką siłą ciało lotnika o masie 70kg będzie naciskać na fotel samolotu w górnym i dolnym punkcie toru?
45. Ciężka szpula z nawiniętą nicią stoi na płaszczyźnie poziomej, po której może się toczyć bez poślizgu. Obliczyć przyspieszenie a środka masy szpuli oraz siłę tarcia T , jeżeli do nici przyłożono siłę F w kierunku równoległym do płaszczyzny? Rozważyć przypadki, gdy siła jest przyłożona jak na rys. a), b) i c). Szpula ma masę m , moment bezwładności I_0 względem osi przechodzącej przez środek masy, promień wewnętrzny r i zewnętrzny R .

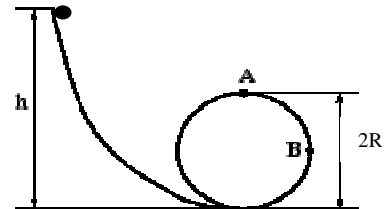


46. Ciężka szpula z nawiniętą nicią, do której przyłożono siłę F leży na płaszczyźnie poziomej. W którą stronę i z jakim przyspieszeniem liniowym będzie poruszać się szpula w zależności od kąta między kierunkiem działania siły a płaszczyzną. Masa szpuli m , zewnętrzny i wewnętrzny promień odpowiednio R i r , moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek I_0 .



47. Wysoki komin pęka u podstawy i zaczyna padać. Wyrazić: (a) radialne oraz (b) styczne przyspieszenie liniowe szczytu kominu jako funkcję kąta α , jaki tworzy komin z pionem.
48. Ołówek o długości 15 cm ustawiony pionowo pada na stół. Jaka prędkość kątową i prędkość liniową będzie miał w końcu upadku: (1) środek ołówka, (2) jego górny koniec?

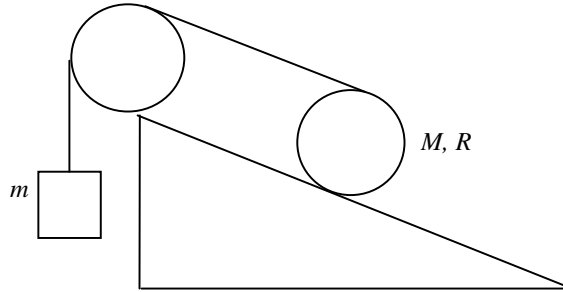
49. Na jednorodnym krążku o masie M i promieniu R nawinięta jest nierozciągliwa i nieważka linka, której jeden z końców umocowany jest u sufitu. Oblicz przyspieszenie kątowe i liniowe środka ciężkości krążka oraz naciąg linki, jeżeli w pewnej chwili krążek zaczął spadać swobodnie.
50. Krążek o ciężarze 2 kG toczy się bez poślizgu po płaszczyźnie poziomej z prędkością 4 m/s. Znaleźć energię kinetyczną krążka.
51. Jaką drogę przebędzie toczący się bez poślizgu walec, wznoszący się w górę po równi pochyłej o kącie nachylenia α , jeżeli nadano mu początkową poziomą prędkość v ?
52. Obręcz i krążek mają jednakowy ciężar G i toczą się bez poślizgu z jednakową prędkością liniową v . Energia kinetyczna obręczy wynosi $E_{k1} = 4$ kGm. Znaleźć energię kinetyczną E_{k2} krążka.
53. Chłopiec toczy obręcz po drodze poziomej z prędkością 7.2 km/h. Na jaką odległość może wtoczyć się obręcz po wzniesieniu kosztem jej energii kinetycznej? Nachylenie wzniesienia wynosi 10 m na 100 m drogi.
54. Pełna kulka o promieniu r i masie m stacza się po torze (rys) zakończonym pętlą o promieniu R . Z jakiej minimalnej wysokości powinna się staczać kulka, aby nie oderwała się od toru w najwyższym punkcie (A) pętli?



55. Kula toczy się bez poślizgu po równi pochyłej z wysokości H . Znaleźć prędkość środka masy kuli u podnóża równi korzystając z zasad dynamiki i zasady zachowania energii.
56. Kula miedziana o promieniu $R = 10$ cm wiruje z prędkością obrotową $n = 2$ obr/s wokół osi przechodzącej przez jej środek. Jaką pracę należy wykonać, ażeby dwukrotnie zwiększyć prędkość kątową obrotu kuli?
57. Kulka staczająca się z równi pochyłej o kącie nachylenia α , uderza w płaszczyznę poziomą i podskakuje na wysokość h . Zaniedbując tarcie i zakładając, że zderzenie jest doskonale sprężyste, znaleźć drogę s jaką przebyła wzdłuż równi kulka.
58. Wentylator wiruje z prędkością obrotową 900 obr/min. Po wyłączeniu wentylator obraca się ruchem jednostajnie opóźnionym i do momentu zatrzymania się wykonuje 75 obrotów. Praca sił hamowania równa się 44.4 J. Obliczyć: (1) moment bezwładności wentylatora, (2) moment sił hamowania.
59. Do obwodu krążka o masie $m = 5$ kg jest przełożona stała siła styczna $F = 2$ kG. Jaką energię kinetyczną uzyska krążek po upływie czasu $t = 5$ s od rozpoczęcia działania siły?
60. O jaki kąt należy odchylić pręt jednorodny o długości 1 m zawieszony na osi poziomej, przechodzącej przez jego górny koniec, aby dolny koniec pręta przy przechodzeniu przez położenie równowagi osiągnął prędkość 5 m/s.
61. Walec o promieniu R i momencie bezwładności I (względem osi walca) stacza się bez poślizgu z równi o kącie nachylenia α . Napisać równania ruchu walca (II zasada dynamiki) oraz znaleźć przyspieszenie liniowe środka masy w przypadku walca pełnego i cienkościenniej obręczy.
62. Po równi pochyłej o kącie nachylenia α toczy się na dół kula. Znaleźć prędkość kuli u podstawy równi, jeżeli jej wysokość wynosi h (skorzystać z zasady zachowania energii).

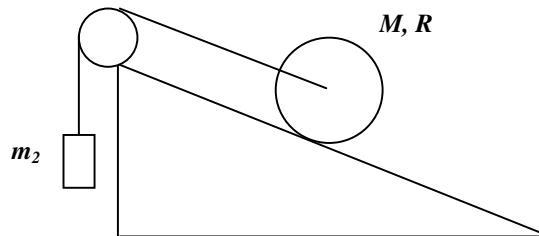
- Znaleźć maksymalną wartość kąta α dla którego ruch odbywa się bez poślizgu, jeśli współczynnik tarcia wynosi m .
63. Walec o masie m , promieniu r i momencie bezwładności I wprowadzono w ruch obrotowy o prędkości kątowej ω_0 i położono na stole. Ile ciepła Q wydzielili się od chwili położenia walca na stole do chwili, gdy zacznie toczyć się po stole ze stałą prędkością?
64. Dwa punkty materialne każdy o masie m i prędkości v poruszają się w przeciwnych kierunkach wzdłuż linii równoległych odległych od siebie o d . Pokazać, że wektor momentu pędu układu tych punktów materialnych jest taki sam.
65. Pręt o długości L leży na doskonale gładkim stole. Pręt ma masę M i może poruszać się w dowolny sposób po powierzchni stołu. Krążek hokejowy o masie m poruszający się z prędkością v prostopadłe do pręta uderza w pręt w odległości d od środka masy. Zderzenie jest doskonale sprężyste. (a) Jakie wielkości są zachowane w tym zderzeniu? (b) Jaka musi być masa m krążka, aby pozostał on w spoczynku bezpośrednio po zderzeniu?
66. Stolik poziomy obraca się z prędkością kątową ω . Na środku stolika stoi człowiek i trzyma w wyciągniętych rękach w odległości l od osi obrotu dwa ciężarki o masie m każdy. Jak zmieni się prędkość kątowa stolika, gdy człowiek opuści ręce? Ile razy wzrośnie energia kinetyczna układu. Moment bezwładności stolika z człowiekiem (bez ciężarków) wynosi I .
67. Poziomy stolik o masie 100 kg obraca się wokół osi pionowej przechodzącej przez jego środek, wykonując 10 obr/min. Człowiek o ciężarze 60 kG stoi wówczas na skraju stolika. Z jaką prędkością zacznie się obracać stolik, jeśli człowiek przejdzie ze skraju stolika na środek? Stolik uważać za krążek jednorodny, a człowieka za masę punktową.
68. Jaką pracę wykonuje człowiek przy przejściu ze skraju stolika na środek w warunkach poprzedniego zadania? Promień stolika równa się 1,5m.
69. Jednorodna belka o masie $M = 100$ kg i długości $L = 4$ m wisi poziomo na linach zaczepionych na jej końcach. Ile wynoszą naciągi lin, jeżeli w odległości $d = 1$ m od końca belki doczepiono masę 40 kg?
70. Drabina o masie $M = 20$ kg stoi oparta o gładką ścianę. Ile wynosi współczynnik tarcia drabiny o podłoże, jeżeli zaczyna się ona zsuwać przy kącie $\alpha = 45^\circ$?
71. Na okrągłej poziomej tarczy o masie M i promieniu R narysowano prostą wzdłuż promienia tarczy. Na środku tarczy posadzono punktową biedronkę o masie m , wprowadzono tarczę w jednostajny ruch obrotowy wokół pionowej osi (z prędkością kątową ω) i nakazano biedronce jednostajny marsz wzdłuż narysowanej linii z prędkością v względem tarczy. Jaka siła działa na biedronkę ze strony tarczy podczas tego marszu, jeżeli w tym czasie będzie utrzymywana stała wartość prędkości kątowej?
72. Biedronka o masie m siedząca na brzegu poziomej tarczy o masie M i promieniu R poruszającej się ze stałą prędkością kątową ω_0 , zamierza przejść wzdłuż promienia do środka tarczy. Jaka pracę wykona na tej drodze biedronka?

73. Po równi pochyłej o kącie nachylenia α stacza się szpulka z nicią (walec o masie M i promieniu R), na którą nawija się nić. Do drugiego końca tej nici, przerzuconego przez nieważki blok, przymocowano masę m . Obliczyć przyspieszenie masy m i naprężenie nici. (Uwaga: uwzględnić tarcie)



74. Po równi pochyłej o kącie nachylenia α stacza się szpulka z nicią (walec o masie M i promieniu R), do której osi przymocowano nić. Do drugiego końca tej nici, przerzuconego przez bloczek (walec o masie m_1 i promieniu r), przymocowano masę m_2 . Obliczyć przyspieszenie masy m_2 i naprężenie nici. (Uwaga: uwzględnić tarcie)

m_1, r



75. Stolik poziomy obraca się z prędkością kątową ω . Na środku stolika stoi człowiek i trzyma w wyciągniętych rękach w odległości l od osi obrotu dwa ciężarki o masie m każdy. Jak zmieni się prędkość kątowa stolika gdy człowiek opuści ręce? Ile razy wzrośnie energia kinetyczna układu? Moment bezwładności stolika z człowiekiem (bez ciężarków) wynosi I .
76. Po równi pochyłej o kącie nachylenia α stacza się bez poślizgu szpulka (walec o masie M i promieniu R), do której osi przymocowano nieważki, sztywny pręt. Do drugiego końca tego pręta przymocowano klocek o masie m , który zsuwa się bez tarcia. Obliczyć przyspieszenie układu i naprężenie pręta. (Uwaga: uwzględnić tarcie między walcem a równią)

