ad 1.

Zaczynamy:

$\vec{r} = r\hat{u_r}$, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{u_r} + r\frac{d\hat{u_r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{u_r} + \omega r\hat{u_\varphi} = (\frac{dr}{dt}, \omega r)$, etc..., proszę przejść do końca te rachunki

ad 2. Patrz zad. 1

ad 5. Ruch jednostajnie przyspieszony. Tor rysuj na płaszczyźnie (x, z), x - oś pozioma, z - pionowa. Zastanów się jaki będzie tor gdy prędkość początkowa nie jest zerowa.

ad 6. odp. $\frac{1}{4}Mg$

ad 7. Zrób szkic, napisz równania ruchu dla masy m_1 na równi: $m_1 g \sin\alpha - N = m_1 a_1$, dla masy zwisającej $N - m_2 g = m_2 a$, N - siły naprężenia (dlaczego po obu stronach bloczka są takie same?), $a_1 = a_2 = a$. Jaki kierunek ruchu przyjeto? Czy to obojetne?

ad 8. Rozwiązanie równania ruchu dla przypadku z oporem jest identyczne jak w zadaniu dodatkowym 2 z poprzedniego zestawu (patrz i02-wskaz.pdf): $v(t) = \frac{mg}{\beta}(1 - e^{-\frac{\beta}{m}t})$. Inne są tylko stałe współczynniki.

ad 9. To ważny przypadek ruchu, opisuje wszelkie drgania. Przykładowo, rozpatrzmy wiszący na sprężynie odważnik. Niech początkowo układ jest w równowadze, czyli odważnik spoczywa. Wykonując pewną pracę możemy ciągnąc i rozciągając sprężynę przemieścić go w dół o odcinek x. Jeśli następnie puścimy to siła sprężystości sprężyny F spowoduje ruch odważnika w kierunku położenia równowagi. Siła ta jest wprost proporcjonalna do aktualnego wychylenia. Założenie, że siła powodująca ruch jest jest proporcjonalna do wychylenia od punktu równowagi i przeciwnie skierowana do wektora tego wychylenia $F = -\beta x$ pozwala na zapisanie równania ruchu (II zas. dyn. $ma = F$) w postaci:

$$m\frac{dv}{dt} = -\beta x.$$

Jest to równanie na dwie niewiadome funkcje czasu, prędkość $v(t)$ i położenie $x(t)$. Za dużo tych niewiadomych na jedno równanie. Ale wiemy, że $v = dx/dt$, czyli

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\beta x$$

– już jest tylko jedna niewiadoma $x(t)$. A przyjmując dla wygody oznaczenie $\omega^2 = \frac{\beta}{m}$ uzyskujemy równanie

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x, \quad \text{gdzie } \omega^2 > 0$$

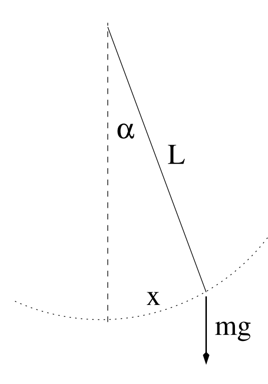
Jest to równanie drugiego rzędu, nie mamy na razie narzędzi do rozwiązania go. Ale możemy łatwo rozwiązanie zgadnąć.

Popatrz na równanie jak na zagadkę: jaka to funkcja $x(t)$ zróżniczkowana dwukrotnie da tę samą funkcję pomnożoną przez stałą ujemną $-\omega^2$? Sprawdź wśród znanych funkcji elementarnych: to $\sin\omega t$, $\cos\omega t$ lub kombinacja liniowa tych funkcji $a\sin\omega t + b\cos\omega t$. Może być też $A\sin(\omega t + \varphi)$. a, b, A, φ to stałe (ogólne rozwiązanie równania różniczkowego drugiego rzędu ma zawierać dwie dowolne stałe). A jest amplitudą wychylenia, a stała φ - fazą początkową.

Odpowiedź: rozwiązaniem równania ruchu harmonicznego jest $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$

ad 10.

Można tak: siła F, która powoduje ruch masy m po okręgu to składowa siły ciężkości mg, styczna do koła, czyli $F = mg\sin\alpha$ (rys.). Dla małych wychyleń (małych kątów α) można przybliżyć $F = mg\alpha = mg\frac{x}{L}$. Tu już widać, że siła jest proporcjonalna do wychylenia x (jest to łuk koła), czyli dla małych wychyleń mamy do czynienia z ruchem harmonicznym.

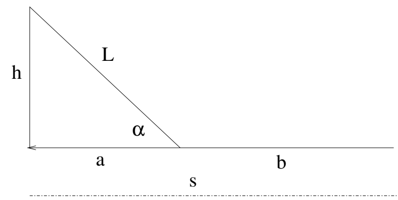


Jak wygląda równanie ruchu? Z II zas. Newtona mamy: $m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\frac{x}{L}$ (znak $-$ bo siła jest przeciwna do wychylenia). Uprośćmy równanie przez m:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{L}x.$$

Podstawmy $\frac{g}{L} = \omega^2$. Wiemy już z poprzedniego zadania, że rozwiązaniem tego równania jest funkcja okresowa typu $\sin\omega t$. Stąd z relacji $\omega T = 2\pi$ dostajemy wzór na okres $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

ad 14. To zadanie można rozwiązywać dwojako. Albo 1) z zasady zachowania energii, albo 2) z praw dynamiki.



Prostszy jest sposób 1). Całkowita energia na początku (mgh) jest całkowicie zamieniona na pracę, którą wykonują siły tarcia na drodze L i b. Siła tarcia T_1 na odcinku L jest równa $\mu mg \cos\alpha$, T_2 na odcinku b wynosi μmg.
Praca sił tarcia: $W_1 + W_2 = \mu mgL \cos\alpha + \mu mgb = \mu mgs$. Odpowiedź jest ewidentna.

Wykonaj też obliczenia korzystając z praw dynamiki rozpatrując ruchy jednostajnie zmienne na obu odcinkach, przyspieszony bez prędkości początkowej na odcinku L i opóźniony z prędkością końcową zero na odcinku b. Wyjdzie to samo ale więcej roboty.