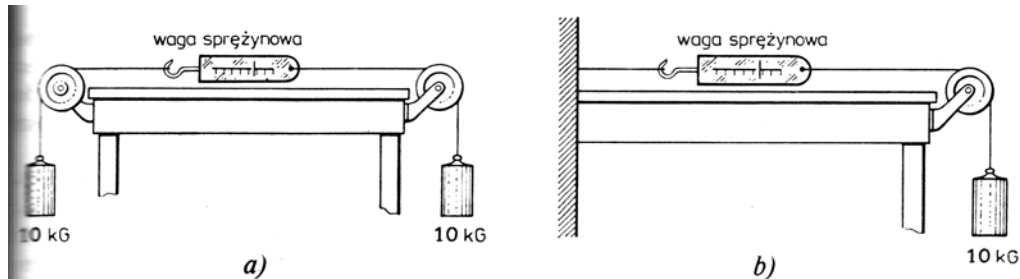
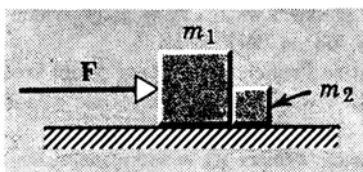


Dynamika punktu materialnego, ruch jednostajny po okręgu

1. Ile wynosi twoja waga w niutonach [N]?
2. Dwa klocki o masach m_1 i m_2 , połączone lekką sprężyną, leżą na gładkim poziomym stole. Obliczyć stosunek przyspieszeń a_1 i a_2 , jakie uzyskują te klocki po odciążeniu ich od siebie i puszczeniu?
3. (a) Dwa ciężarki dziesięciokilogramowe są połączone z dynamometrem, jak pokazano na rysunku. Jaki będzie odczyt na dynamometrze? (b) Pojedynczy ciężarek dziesięciokilogramowy połączony jest z dynamometrem, który przytwierdzony jest do ściany, jak pokazano na rysunku. Jaki będzie odczyt na dynamometrze?

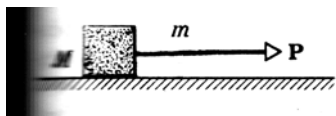


4. Dwa stykające się klocki leżą na płaskim stole. Do jednego z nich przyłożono poziomo siłę F , patrz rysunek. (a) Znaleźć siłę działającą w miejscu zetknięcia obu klocków, jeśli $m_1 = 2.0$ kg, $m_2 = 1.0$ kg, a $F = 3.0$ N. (b) Pokazać, że jeżeli siła F jest przyłożona do masy m_2 zamiast do masy m_1 , siła działająca w miejscu zetknięcia klocków wynosi 2.0 N, a więc ma wartość inną niż wartość znaleziona w punkcie (a). Wyjaśnić to.

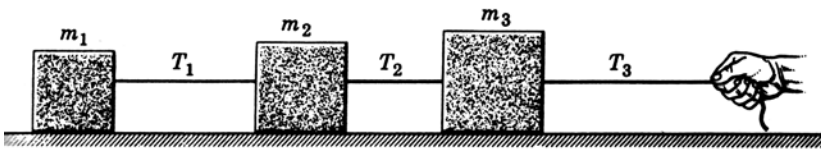


Odp.: (a) 1.0 N.

5. Astronauta, którego masa wynosi 75 kg, opuszcza Ziemię. Obliczyć jego ciężar: (a) na Ziemi, (b) na Marsie, gdzie $g = 3.8$ m/s², (c) w przestrzeni międzyplanetarnej, (d) jaka jest jego masa w każdym z tych miejsc?
6. Samochód o ciężarze 13000 N jadący z prędkością 80 km/h zostaje zatrzymany, przy czym droga jego hamowania jest równa 61 m. Znaleźć (a) siłę hamującą, (b) czas potrzebny do zatrzymania samochodu. (c) Obliczyć, jaka byłaby droga i (d) czas hamowania przy takiej samej sile hamującej, gdyby samochód przed rozpoczęciem hamowania poruszał się z prędkością 40 km/h.
7. Na ciało o masie 30 kg działa siła ciężkości skierowana w dół oraz siła równa 70 kG skierowana poziomo. Znaleźć (a) prędkość i (b) przyspieszenie tego ciała jako funkcję czasu, zakładając, że w chwili początkowej ciało znajdowało się w spoczynku.
8. Człowiek o masie 80 kg skacze na betonową płytę z parapetu okiennego, znajdującego się na wysokości 0.5 m nad ziemią. Człowiek nie zgina kolan, więc hamuje na odległości około 2 cm. (a) Jakie jest przyspieszenie średnie człowieka od chwili, w której jego stopy po raz pierwszy stykają się z płytą do chwili przejścia do całkowitego stanu spoczynku? (b) Jaką średnią siłą oddziałuje ten skok na kości człowieka?
9. Kłoczek o masie M jest ciągnięty za pośrednictwem liny o masie m po doskonale gładkiej poziomej powierzchni, jak pokazano na rysunku. Pozioma siła przyłożona do końca tej liny jest równa \vec{P} . (a) Pokazać, że lina musi wygiąć się w dół, jeżeli nawet jej wygięcie będzie niedostrzegalne. Następnie, przyjmując, że wygięcie można pominąć, znaleźć (b) przyspieszenie klocka i liny, (c) siłę, jaką na linę wywiera klocek M , (d) naprężenie liny w jej środku.

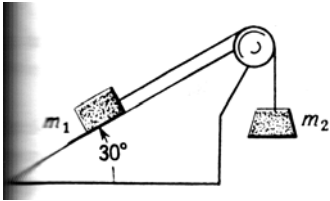


10. Trzy klocki połączone ze sobą w sposób pokazany na rysunku przesuwają się w prawo, po gładkim poziomym stole, pod wpływem siły $T_3 = 60$ N. Znaleźć naprężenia T_1 i T_2 , jeśli $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 20$ kg, a $m_3 = 30$ kg.



Odp.: $T_1 = 10 \text{ N}$, $T_2 = 30 \text{ N}$.

11. Ciało o masie $m_1 = 3 \text{ kg}$, leżące na gładkiej równi pochyłej o kącie przy podstawie równym 30° , połączone jest za pomocą linki przerzuconej przez gładki krążek z innym ciałem o masie $m_2 = 2.0 \text{ kg}$ wiszącym pionowo, patrz rysunek. (a) Jakie jest przyspieszenie każdego z ciał? (b) Jakie jest napięcie sznurka?



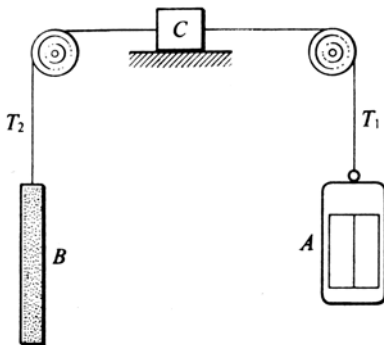
Odp.: (a) 0.98 m/s^2 ; (b) 21.6 N .

12. Klocek został pchnięty wzdłuż równi, z dołu pod górę, z prędkością początkową v_0 . Kąt nachylenia równi wynosi θ . (a) Jaką odległość wzdłuż równi przebędzie ten klocek? (b) W jakim czasie? (c) Jaka będzie prędkość klocka po powrocie do podstawy? Przyjąć następujące wartości liczbowe: $\theta = 30^\circ$ i $v_0 = 2.4 \text{ m/s}$.
13. Na linie przychepionej do sufitu windy wisi pionowo lampa. Winda zjeżdża na dół hamując z opóźnieniem 2.4 m/s^2 . (a) Jaka jest masa lampy, jeżeli napięcie linki jest równe 10 kg ? (b) Jakie byłoby napięcie linki, gdyby winda jechała do góry z przyspieszeniem 2.4 m/s^2 ?
14. Spadochroniarz ważący 80 kg spada na ziemię z opóźnieniem 2.5 m/s^2 . Masa spadochronu wynosi 5 kg . (a) Jaka jest wartość siły skierowanej do góry, jaką na spadochron wywiera powietrze? (b) Jaka jest wartość siły skierowanej w dół, jaką na spadochron wywiera spadochroniarz?

Odp.: (a) 620 N ; (b) 580 N .

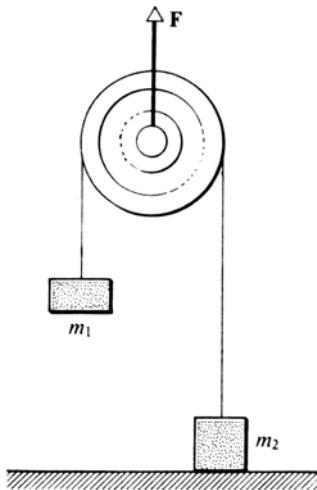
15. Winda składa się z klatki windy A , przeciwwagi B , mechanizmu napędzającego C , kabli oraz bloków, jak na rysunku. Masa klatki wynosi 1100 kg , masa przeciwwagi 1000 kg . Pominąć tarcie, masę kabli i bloków. Winda jedzie do góry z przyspieszeniem 2 m/s^2 , a przeciwwaga w dół z tym samym przyspieszeniem. (a) jaka jest wartość napięcia T_1 ? (b) T_2 ? (c) Jaką siłę wywiera mechanizm napędzający na kable?

Odp.: (a) $1.3 \cdot 10^4 \text{ N}$, (b) $0.78 \cdot 10^4 \text{ N}$, (c) $5.2 \cdot 10^3 \text{ N}$, w kierunku przeciwwagi.



16. Siła \vec{F} skierowana pionowo do góry działa na oś bloku, jak pokazano na rysunku. Przyjmijmy, że blok i sznur są nieważkie oraz pomińmy tarcie. Dwa ciała, m_1 o masie 1 kg i m_2 o masie 2 kg , przychepione są do dwóch końców liny, która przełożona jest przez blok. Ciało m_2 styka się z poziomym podłożem. (a) Narysować siły działające na blok i na obie masy. (b) Jaką największą wartość może osiągnąć siła F , aby masa m_2 pozostała na podłożu? (c) Jakie jest napięcie sznurka, jeżeli siła \vec{F} wynosi 100 N ? (d) Ile wynosi przyspieszenie m_1 przy tym napięciu?

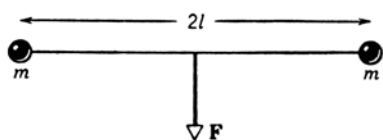
Odp.: (b) 39 N, (c) 50 N, (d) 40 m/s², skierowane do góry.



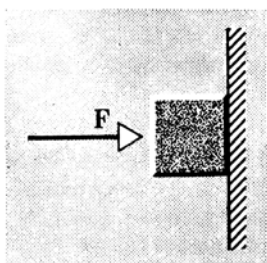
17. Małpa, której masa wynosi 10 kg wspina się po nieważkiej linie, przerzuconej przez gładką gałąź drzewa. Do drugiego końca linę przyczepiona jest masa 15 kg. (a) Obliczyć, w jaki sposób małpa powinna wspinać się po linie, jeśli chce podnieść tę masę z ziemi. Po podniesieniu z ziemi masy 15 kg małpa przestaje się wspinać i trzyma się nieruchomo liny. Jakie jest teraz (b) przyspieszenie małpy i (c) napięcie liny?
18. Ciężarek zawieszony na sznurku, na suficie wagonu kolejowego, może służyć jako przyrząd do pomiaru przyspieszenia. (a) Znaleźć ogólne wyrażenie przedstawiające zależność poziomego przyspieszenia a wagonu od kąta θ , jaki tworzy sznurek z pionem. (b) Obliczyć a , jeśli $\theta = 20^\circ$. (c) Obliczyć θ , jeśli $a = 5 \text{ m/s}^2$.
19. Jednorodny, giętki łańcuch o długości l i ciężarze na jednostkę długości λ , jest przewieszony przez małą, nieważką krążkę, który może obracać się bez tarcia. Z jednej strony krążka zwisa część łańcucha o długości x , a z drugiej część o długości $l - x$, przy czym cały układ jest utrzymywany w spoczynku. W pewnej chwili łańcuch zostaje zwolniony. Znaleźć przyspieszenie a łańcucha jako funkcję x .
20. Opór, jaki stawia powietrze ciałom swobodnie spadającym, zależy od wielu czynników, takich jak rozmiary ciała, jego kształt, gęstość i temperatura powietrza oraz prędkość ciała w powietrzu. Wygodnie jest przyjąć, choć będzie to słuszne tylko w przybliżeniu, że siła oporu \vec{F}_R jest proporcjonalna do prędkości ciała i przeciwnie skierowana; inaczej mówiąc, $\vec{F}_R = -k\vec{v}$, gdzie k jest stałą, której wartość w każdej konkretnej sytuacji zależy od czynników innych niż prędkość.
- Rozważmy swobodny spadek (w powietrzu) ciała, które w chwili początkowej znajdowało się w spoczynku. (a) Pokazać, że z drugiej zasady Newtona wynika
- $$mg - kv = ma, \text{ czyli } mg - k \frac{dy}{dt} = m \frac{d^2y}{dt^2}$$
- (b) Udowodnić, że ciało przestaje poruszać się ruchem przyspieszonym wówczas, gdy osiągnie prędkość $v_g = mg/k$, nazywaną prędkością graniczną. (c) Sprawdzić przez podstawienie do równania ruchu, że prędkość zmienia się w czasie zgodnie z wzorem
- $$v = v_g(1 - e^{-kt/m}),$$
- a następnie wykonać wykres v w funkcji t . (d) Naszkicować przybliżoną krzywą y w funkcji t dla tego ruchu, wiedząc, że początkowe przyspieszenie wynosi g , a końcowe jest równe zero.
21. Klocek (masa m) zsuwa się po gładkiej równi pochyłej, nachylonej pod kątem θ do podłogi windy. Znaleźć przyspieszenie klocka względem równi w następujących przypadkach: (a) winda zjeżdża w dół ze stałą prędkością v . (b) Winda jedzie do góry ze stałą prędkością v . (c) Winda zjeżdża w dół z przyspieszeniem a . (d) Winda zjeżdża na dół z opóźnieniem a . (e) Liny, na których wisi winda, przerywają się. (f) Jaka siła w przypadku (c) wywierana jest na klocek przez równię?
- Odp.: (a) $g \sin \theta$, w dół równi, (b) $g \sin \theta$, w dół równi, (c) $(g - a) \sin \theta$, w dół równi, (d) $(g + a) \sin \theta$, w dół równi, (e) zero, (f) $m(g - a) \cos \theta$.
22. Dwa punkty materialne, każdy o masie m , są połączone lekką linką o długości $2l$, patrz rysunek. W środkowym punkcie linki ($x = 0$) została przyłożona siła \vec{F} działająca pod kątem prostym do kierunku linki. Wykazać, że prostopadła do \vec{F} składowa przyspieszenia każdej z mas m , dana jest wzorem

$$a_x = \frac{F}{2m} \frac{x}{\sqrt{l^2 - x^2}}$$

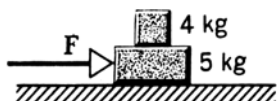
w którym x jest odległością masy m od linii działania siły \vec{F} . Przedyskutować sytuację dla $x = l$.



23. Krążek hokejowy ważący 1.1 N ślizga się po lodzie, przebywając do chwili zatrzymania odległość 15 m. (a) Jaka jest siła tarcia pomiędzy krążkiem i lodem, jeśli prędkość początkowa krążka wynosiła 6 m/s? (b) Czemu jest równy współczynnik tarcia kinetycznego?
Odp.: (a) 0.14 N, (b) 0.13.
24. Strażak ważący 110 N ześlizguje się po pionowym słupie ze średnim przyspieszeniem 3 m/s². Czemu równa jest średnia wartość pionowej siły, jaką działa on na słup?
25. Rączka froterki mającej masę m tworzy z kierunkiem pionu kąt θ . Niech współczynnik tarcia kinetycznego między froterką a podłogą wynosi μ_k , a współczynnik tarcia statycznego μ_s . Masę rączki zaniedbujemy. (a) Znaleźć wartość skierowanej wzdłuż rączki siły \vec{F} , jaką należy przyłożyć do froterki, aby wywołać jej ślizganie po podłodze z jednostajną prędkością. (b) Pokazać, że jeżeli θ jest mniejsze od pewnego kąta θ_0 , to niezależnie od tego, jak duża jest siła skierowana wzdłuż rączki, nie można spowodować ślizgania się froterki po podłodze. (c) Czemu równy jest kąt θ_0 ?
Odp.: (a) $\frac{\mu_k}{(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)}$; (c) $\theta_0 = \text{arccotg} \mu_s$
26. Aby określić współczynniki tarcia statycznego i kinetycznego pomiędzy pudełkiem i deską student stawia pudełko na desce i powoli podnosi jeden jej koniec do góry. Gdy kąt nachylenia deski osiąga 30° pudełko zaczyna się zsuwać w dół, przebywając odległość 4 m w ciągu 4 s. Ile wynoszą współczynniki tarcia?
27. Pozioma siła $F = 5$ kG dociska klocek ważący 2 kG do pionowej ściany, patrz rysunek. Współczynnik tarcia statycznego między ścianą a klockiem wynosi 0.60, a współczynnik tarcia kinetycznego 0.40. Zakładamy, że w chwili początkowej klocek jest nieruchomy. (a) Czy klocek zacznie się poruszać? (b) Jaką siłą działa na klocek ściana?

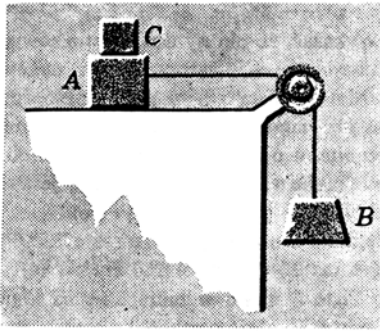


28. Na klocek o masie 5.0 kg położono klocek o masie 4.0 kg. Aby wywołać ślizganie się górnego klocka po dolnym klocku, który jest przytwierdzony do podłoża, należy na górny klocek podziałać poziomą siłą równą 12 N. Przyjmując następnie, że oba klocki znajdują się na poziomym, doskonale gładkim stole, patrz rysunek. Znaleźć (a) maksymalną wartość poziomej siły \vec{F} , jaką można przyłożyć do dolnego klocka, przy której klocki będą jeszcze poruszać się razem oraz (b) przyspieszenie nadane klockom.
Odp.: (a) 27 N; (b) 3.0 m/s².

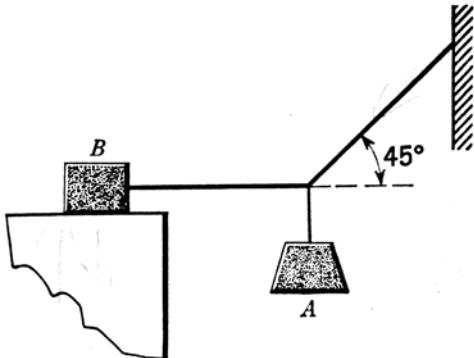


29. Platforma kolejowa jest załadowana skrzyniami. Współczynnik tarcia statycznego między skrzyniami a podłogą platformy wynosi 0.25. Pociąg, w którego składzie znajduje się platforma, jedzie z prędkością 50 km/h. Na jakim najkrótszym odcinku można zatrzymać pociąg, żeby nie spowodowało to ślizgania się skrzyń?
30. Na rysunku A jest klockiem o wadze 5 kG, a B blokiem o ciężarze 2.5 kG. (a) Określić, jaki minimalny ciężar (klocek C) należy umieścić na klocku A, aby nie dopuścić do jego ześlizgiwania się, jeżeli współczynnik tarcia statycznego między klockiem A i stołem, μ_s , wynosi 0.20. (b) W pewnej chwili z klocka A zdjęto klocek C. Jakie będzie

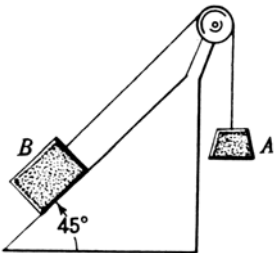
przyspieszenie klocka A, jeżeli współczynnik tarcia kinetycznego μ_k między klockiem A i stołem wynosi 0.20?



31. Blok B waży 80 kG. Współczynnik tarcia statycznego między blokiem i stołem wynosi 0.25. Znaleźć maksymalny ciężar bloku A, przy którym układ pokazany na rysunku będzie jeszcze w równowadze.



32. Ciało B waży 50 kG, a ciało A waży 15 kG, patrz rysunek. Mając dane $\mu_s = 0.56$ oraz $\mu_k = 0.25$, znaleźć: (a) przyspieszenie układu, jeżeli początkowo B jest w spoczynku, oraz (b) przyspieszenie układu, jeżeli początkowo B porusza się.



33. Kłoczek o masie m ślizga się w nachylonej prostokątnej rynnie, patrz rysunek. Znaleźć przyspieszenie klocka, jeśli współczynnik tarcia kinetycznego między klockiem i rynną wynosi μ_k .

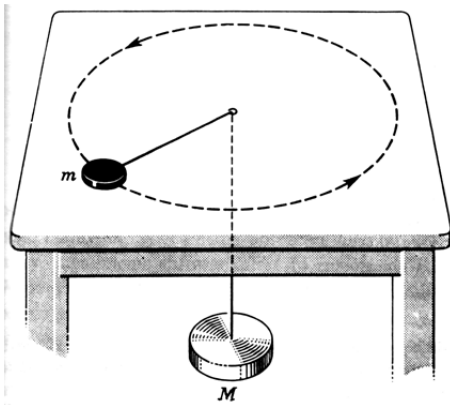
Odp.: $g(\sin \theta - \sqrt{2}\mu_k \cos \theta)$.



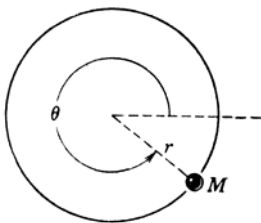
Dynamika ruchu jednostajnego po okręgu

34. Masa m leżąca na gładkim stole jest przywiązana sznurkiem przeciągniętym przez otwór wywiercony w tym stole do wiszącej na drugim końcu sznurka masy M , patrz rysunek. Określić, w jakich warunkach (przy jakim v i r) masa M będzie nieruchoma, jeśli masa m będzie się poruszać po okręgu.

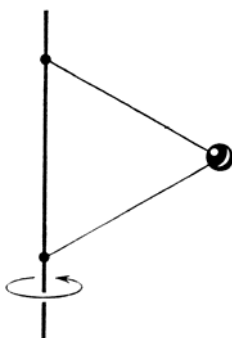
Odp.: $\frac{v^2}{r} = Mg/m.$



35. Wykazać, że okresy dwóch stożkowych wahadeł o różnych długościach zawieszonych u sufitu i obracających w płaszczyznach jednakowo odległych od sufitu są równe.
36. Ciało o masie m zaczepione na końcu sznurka obraca się w płaszczyźnie pionowej po okręgu o promieniu R . Znaleźć prędkość krytyczną, poniżej której sznurek nie jest naprężony w najwyższym punkcie toru.
37. Prędkość pojazdów jadących po łkowym zakręcie autostrady ma wynosić 60 km/h. (a) Jeśli promień krzywizny tego zakrętu wynosi 120 m, jaki jest największy kąt pochylenia autostrady? (b) Jeśli autostrada nie jest pochylona, jaki powinien być minimalny współczynnik tarcia między oponami i drogą, aby samochody nie ślizgały się przy tej prędkości?
38. Stary tramwaj zakręca na poziomych szynach. Promień zakrętu jest równy 10 m, a prędkość tramwaju wynosi 16 km/h. (a) Jaki kąt z poziomem tworzą wiszące na suficie uchwyty do rąk? (b) Czy jakaś siła działa na te uchwyty? Jeśli tak, to czy jest to siła dośrodkowa czy odśrodkowa? Czy Twoja odpowiedź zależy od wyboru układu odniesienia?
39. Ciało o masie $M = 0.305$ kg porusza się w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara po poziomym okręgu o promieniu $r = 2.63$ m, ze stałą prędkością $v = 0.754$ m/s, patrz rysunek. Określić dla kąta $\theta = 322^\circ$, mierzonego w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara następujące wielkości: (a) składową prędkości w kierunku x ; (b) składową przyspieszenia w kierunku y ; (c) całkowitą siłę działającą na ciało; (d) składową całkowitej siły działającej na ciało w kierunku prędkości.
Odp.: (a) 0.464 m/s; (b) 0.133 m/s²; (c) 6.59·10⁻² N; (d) zero.



40. Kulka 1 kg jest połączona ze sztywnym, pionowym prętem przy pomocy dwóch nieważkich sznurków o długości 1 m. Sznurki przyłączone są do pręta w punktach oddalonych od siebie o 1 m. Układ wiruje wokół osi pręta, oba sznurki są naprężone i tworzą wraz z prętem równoboczny trójkąt, jak pokazano na rysunku. Naprężenie w górnym sznurku wynosi 25 N. (a) Narysować siły działające na kulkę. (b) Jakie jest naprężenie dolnego sznurka? (c) Jaka jest siła wypadkowa działająca na kulkę w chwili pokazanej na rysunku? (d) Jaka jest prędkość kulki?

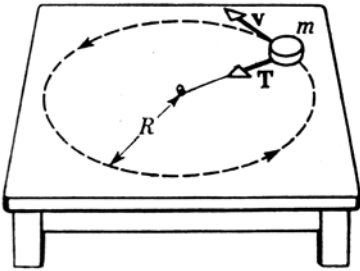


41. Samolot zatacza poziome koło z prędkością 480 km/h. Jeżeli skrzydła samolotu nachylone są pod kątem 45° do pionu, to ile wynosi promień koła, które zatacza samolot?

Odp.: 1.8 km.

42. Na skutek obrotu Ziemi dokoła własnej osi ciężarek pionu nie wskazuje dokładnie kierunku przyciągania ziemskiego (kierunku swojego ciężaru), lecz odchyła się nieco od tego kierunku. Znaleźć to odchylenie (a) na szerokości geograficznej 40° , (b) na biegunach i (c) na równiku.

43. Wyobraźmy sobie, że krążek pokazany na rysunku jest przywiązany do sprężyny, a nie do sznurka. Długość nierozciągniętej sprężyny wynosi l_0 , a naprężenie sprężyny rośnie wprost proporcjonalnie do jej wydłużenia przy czym stosunek naprężenia do wydłużenia jest równy k . Krążek obraca się z częstością ν obrotów w jednostce czasu. Pokazać, że (a) promień w ruchu jednostajnym po okręgu wynosi $kl_0/(k - 4\pi^2\nu^2)$ i (b) naprężenie sznurka jest równe $4\pi^2mkl_0\nu^2/(k - 4\pi^2\nu^2)$.



44. Bardzo mały sześcian o masie m znajduje się wewnątrz lejka, patrz rysunek, obracającego się wokół pionowej osi ze stałą szybkością ν obr/s. Ściana lejka tworzy z poziomem kąt θ . Współczynnik tarcia statycznego między sześcianem i lejkiem jest równy μ_s , a odległość od osi obrotu wynosi r . Jaka jest największa i najmniejsza wartość ν , przy której sześcian nie będzie się poruszał względem lejka?

