

DODATEK G

DEFICYT BALISTYCZNY

Spektrometria amplitudowa promieniowania jonizującego z natury swej zalicza się do kategorii *pomiarów balistycznych*, w których sygnał wyjściowy jest proporcjonalny do całkowitego ładunku zebranego na elektrodzie zbiorczej. Sygnał tego rodzaju przyjęto własnie określać mianem *sygnału balistycznego*.

Proces zbierania ładunku w detektorach promieniowania jonizującego przebiega w dobrze określonym przedziale czasu. W uproszczonej analizie formowania odpowiedzi zakłada się jednak na ogół, iż jest on nieskonczenie krótki, co jest równoważne przyjęciu *dirakowskiego* charakteru indukowanego impulsu prądowego

$$I_i(t) \sigma I_D(t) = Q_T \mathbf{d}(t) \quad (\text{G.1})$$

Lepszym przybliżeniem kształtu rzeczywistego impulsu prądowego jest przebieg prostokątny $\Pi(t)$. Możemy więc napisać

$$I_i^*(t) \sigma I_D^*(t) = \frac{Q_T}{t_n} \{H(t) - H(t - t_n)\} \quad (\text{G.2})$$

Na całkowitej pojemności obciążenia detektora C_T „pierwotne” impulsy prądowe dają odpowiednie „wtórne” impulsy napięciowe $V_i(t)$ oraz $V_i^*(t)$. Opisują je wyrażenia

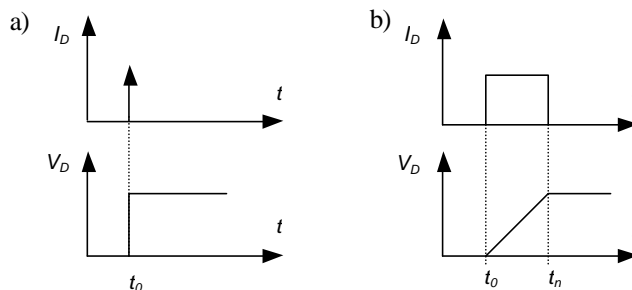
$$V_i(t) = \frac{Q_T}{C_T} H(t) \quad (\text{G.3})$$

$$V_i^*(t) = \frac{Q_T / C_T}{t_n} \{t H(t) - (t - t_n) H(t - t_n)\} \quad (\text{G.4})$$

gdzie:

- Q_T – całkowity ładunek niesiony przez indukowany impuls prądowy,
- t_n – czas narastania impulsu napięciowego, równy rozciągłości czasowej impulsu prądowego (tj. czasowi zbierania ładunku).

Przebiegi opisane równaniami (G.1), (G.2), (G.3) i (G.4) przedstawiono wykresnie na rysunku G1.



Rys. G1. Idealizowane przebiegi impulsów prądowych $I_D(t)$ i napięciowych $V_D(t)$ detektora: a) dla $I_D(t) = Q \delta(t)$, b) dla $I_D(t) = Q \{H(t) - H(t - t_n)\}$

Obciążony zakłóceniami szumowymi impuls napięciowy podlega filtracji w mniej lub bardziej rozbudowanych filtrach pasmowo-przepustowych. Dla prostoty dalszej analizy przyjmijmy najprostsz filtr tego rodzaju typu (CR)–(RC).

W warunkach filtracji *suboptymalnej* stałe czasowe obwodu różniczkującego (CR) i całkującego (RC) takiego filtru τ_d i τ_i są identyczne. Stąd też transmitancje (przepustowość operatorowa) tego filtru $F(p)$, kładac $\tau = \tau_d = \tau_i$, zapiszemy w prostej postaci

$$F(p) = \frac{1}{t} \frac{p}{\left(p + \frac{1}{t}\right)^2} \quad (G.5)$$

W przypadku wymuszenia dirakowskiego otrzymujemy na wyjściu filtru impuls opisany w postaci operatorowej równaniem

$$V_o(p) = \frac{Q_T}{C_T} \frac{1}{p} \frac{p}{t \left(p + \frac{1}{t}\right)^2} \quad (G.6)$$

którego transformata odwrotna daje jego przebieg czasowy

$$V_o(t) = \frac{Q_T}{C_T} \frac{t}{t} e^{-\frac{t}{t}} H(t) \quad (G.7)$$

o wartości maksymalnej równej

$$V_{o\max} = (Q_T / C_T) e^{-1} \quad (G.8)$$

W przypadku wymuszenia impulsem prostokątnym transformata *laplace'owska* napięcia wejściowego wynosi

$$V_i^*(p) = \frac{Q_T / C_T}{t_n} \frac{(1 - e^{-pt_n})}{p^2} \quad (G.9)$$

Uzyskiwana na wyjściu filtru odpowiedź operatorowa $V_o^*(p)$ przyjmie więc postać

$$V_o^*(p) = \frac{Q_T / C_T}{t_n} \frac{(1 - e^{-pt_n})}{t \left(p + \frac{1}{t}\right)^2} \quad (G.10)$$

odwzorowaniem której w dziedzinie czasu jest wyrażenie

$$V_o^*(t) = \frac{Q_T / C_T}{t_n} \left\{ \int_0^t \left[1 - \left(1 + \frac{t}{\rho}\right) e^{-\frac{t}{\rho}} \right] H(t) - t \int_0^{t-t_n} \left[1 + \frac{t-t_n}{\rho} \right] e^{-\frac{t-t_n}{\rho}} H(t-t_n) \right\} \quad (G.11)$$

Wobec nieciągłości powyższej funkcji rozpiszemy ją na dwie części :

1) w przedziale od zera do t_n

$$V_o(t)_{0 < t < t_n} = \frac{Q_T / C_T}{t_n} t \left[\frac{1}{\varepsilon} - \left(1 + \frac{t}{\chi} \right) \frac{1}{t \rho} \right] e^{-\frac{t}{\tau}} H(t) \quad (G.12)$$

2) w przedziale od t_n do nieskonczonosci

$$V_o(t)_{t_n < t < \infty} = \frac{Q_T / C_T}{t_n} t \left[\frac{1}{\varepsilon} - \left(1 + \frac{t}{\chi} \right) \frac{1}{t \rho} \right] e^{-\frac{t}{\tau}} - \left[\frac{1}{\varepsilon} - \left(1 + \frac{t-t_n}{\chi} \right) \frac{1}{t \rho} \right] e^{-\frac{t-t_n}{\tau}} H(t-t_n) \quad (G.13)$$

Kladac z kolei $\frac{t_n}{t} = m$ wyrazenie powyzsze sprowadzimy do bardziej zwiezlej postaci

$$V_o^*(t)_{t_n < t < \infty} = \frac{Q_T}{C_T} \frac{1}{m} \left[\frac{1}{\varepsilon} - \left(1 + \frac{t}{\chi} \right) \frac{1}{t \rho} \right] (e^m - 1) - m e^m \frac{1}{t \rho} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (G.14)$$

W celu obliczenia wartosci maksymalnej skorzystamy z normalnej procedury analitycznej. Tak wiec przyrownanie pierwszej pochodnej funkcji $V_o^*(t)$ do zera

$$\frac{dV_o^*(t)}{dt} = \frac{Q_T}{t C_T} e^{-\frac{t}{\tau}} \left\{ \left[\frac{1}{\varepsilon} - \left(1 + \frac{t}{\chi} \right) \frac{1}{t \rho} \right] (e^m - 1) - \frac{1}{m} (e^m - 1) - \frac{1}{m} (e^m - 1) \frac{t}{\tau} \right\} = 0 \quad (G.15)$$

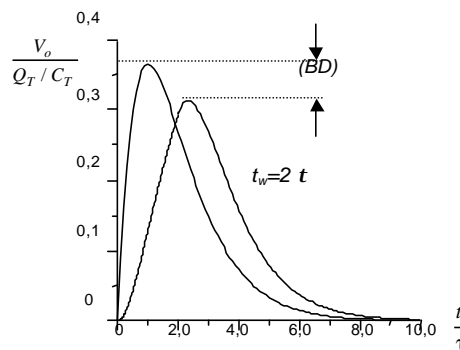
daje w wyniku wartosc wspólrzecznej czasowej t_{\max}^*

$$t_{\max}^* = t_n \frac{e^m}{(e^m - 1)} \quad (G.16)$$

a jej podstawienie do równania przebiegu czasowego napiecia wyjsciowego prowadzi do szukanej wielkosci $V_{o\max}^*$

$$V_{o\max}^* = \frac{Q_T}{C_D} \frac{(e^m - 1)}{m} e^{-\frac{m e^m}{(e^m - 1)}} \quad (G.17)$$

Nietrudno zauwazyc, ze zawsze $V_{o\max} > V_{o\max}^*$. Te oczywista relacje ilustruje rysunek G2 przedstawiajacy we współrzecznych znormalizowanych przykladowe przebiegi dwóch sygnalów balistycznych stanowiących odpowiedzi odpowiednio na wymuszenie skokowe i na sygnal wejsciowy o czasie narastania $t_n = 2\tau$.



Rys. G2. Ilustracja efektu deficytu balistycznego

Różnica amplitud obu sygnalów balistycznych zwana jest **deficytem balistycznym** oznaczanym według terminologii anglosaskiej symbolem **BD** (*Ballistic Deficit*).

$$BD \stackrel{def}{=} V_{o\max} - V_{o\max}^* \quad (G.18)$$

Bardziej instruktywnym pojęciem jest **względny deficyt balistyczny** **RBD** (*Relative Ballistic Deficit*) definiowany jako

$$RBD \stackrel{def}{=} \frac{V_{o\max} - V_{o\max}^*}{V_{o\max}} \quad (G.19)$$

W szczególności dla zadanych wyżej warunków określa go zależność

$$RBD = 1 - \frac{e^m - 1}{m} \exp\left\{ \frac{\chi}{\chi} - \frac{me^m}{e^m - 1} + 1 \right\} \rho \quad (G.20)$$

W praktyce pomiarowej bardzo wygodna i dostatecznie dokładna okazuje się przybliżona formuła wyprowadzona przez Baldingera i Franzena, dobrze pracująca w przypadkach symetrycznych względem swej centroidy przebiegów prądu wejściowego $I_i(t)$. W przypadku quasi-gaussowskiego filtra suboptymalnego zawierającego pojedynczy stopień górnoprzepustowy (różniczkujący) i N stopni dolnoprzepustowych (całkujących) przybiera ona szczególnie prostą postać

$$RBD = \frac{N}{24} \left(\frac{\chi t_n}{\chi t \rho} \right)^2 = \frac{N m^2}{24} \quad (G.21)$$

Literatura

- [1] Baldinger E., Franzen W.: *Amplitude and Time Measurement in Nuclear Physics*. Seria „Advances in Electronics and Electron Physics”, vol. VIII, 256, New York, N.Y., Academic Press Inc.: Publishers 1956
- [2] Gillespie A.B.: *Signal, Noise and Resolution in Nuclear Counter Amplifiers*. Oxford, London, New York, Paris, Pergamon Press 1953
- [3] Goulding F.S., Landis D.A., Hinshaw S.M.: *Large Coaxial Germanium Detectors – Correction for Ballistic Deficit and Trapping Losses*. IEEE Trans. Nucl. Sci., vol. 37, No. 2, 1990
- [4] Goulding F.S., Landis D.A.: *Ballistic Deficit Correction in Semiconductor Spectrometers*. IEEE Tans. Nucl. Sci., vol. 35, No 1, 1988, 119
- [5] Korbel K., Dabrowski W.: *Filtracja sygnału w spektrometrycznym torze pomiarowym – Filtry analogowe*. Kraków, Wyd. AGH 1992
- [6] Loo B.W., Goulding F.S.: *Ballistic Deficits in Pulse Shaping Amplifier*. IEEE Trans. Nucl. Sci., vol. 35, No. 1, 1988, 114