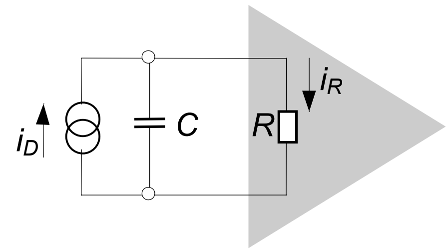
Dodatek C.
(Analiza trybu semi-prądowego)

Podstawą analizy będzie schemat z rysunku 13 (rozdz.3), który – dla podkreślenia znaczenia rezystancji wejściowej przedwzmacniacza – powtórzymy w nieco zmienionej formie.

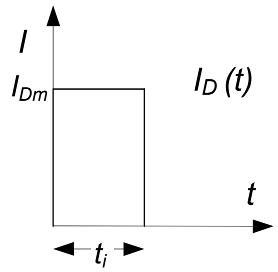


Odwołajmy się do wyprowadzonej uprzednio operatorowej postaci ogólnego rozwiązania układu:

$$i_R(p) = \frac{i_D(p)}{(1 + pRC)} \tag{C-1}$$

Na jego gruncie podano wcześniej ostateczne rezultaty obliczeń przeprowadzonych dla dwóch, istotnie różniących się kształtem, prądowych impulsów wejściowych: prostokątnego i eksponencjalnego. Obecnie przedstawimy pełny tok obliczeń dla wykazania słuszności wyznaczonych warunków kryterialnych (95) i (99) wynikających z podstawowego założenia przekazu **maksymalnej mocy sygnału** do odbiornika.

Przypadek A – impuls prostokątny



Pokazany na diagramie obok przebieg czasowy takiego impulsu opisany jest funkcją

$$i_D(t) = i_m\left[H(t) - H(t - t_i)\right] \underset{0<t<t_i}{=} i_m\,H(t) \tag{C-2}$$

która w zapisie operatorowym przyjmuje postać

$$i_D(p) = i_m\,\frac{1 - e^{-pt_i}}{p} \underset{0<t<t_i}{=} \frac{i_m}{p} \tag{C-3}$$

Z podstawienie (C-3) do (C-1) otrzymujemy funkcję operatorową prądu odbiornika $\boldsymbol{I_R(p)}$

$$i_R(p) = \frac{1}{RC}\,\frac{i_m}{p}\,\frac{1}{\left(p + \frac{1}{RC}\right)} \tag{C-4}$$

mającą następujące odwzorowanie w dziedzinie czasu

$$i_R(t) \underset{0<t<t_i}{=} i_m\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \tag{C-5}$$

Chwilowa wartość **mocy sygnału** przekazywanego do odbiornika $\boldsymbol{P_R(t)}$ będzie więc równa

$$P_R(t) \overset{\Delta}{=} \left[i_R(t)\right]^2 R = i_m^2\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2 R \tag{C-6}$$

Zależność (C-6) jest monotoniczną funkcją czasu i przy dowolnych wartościach parametrów $\boldsymbol{R}$ i $\boldsymbol{C}$ osiąga maksimum w chwili $\boldsymbol{t = t_i}$. O bezwzględnej wartości tego maksimum decydują wartości obu wymienionych parametrów. Przy ustalonej a priori wartości parametru C na drodze prostej procedury analitycznej można wyznaczyć optymalną wartość rezystancji odbiornika $\boldsymbol{R_{opt}}$, przy której moc sygnału $\boldsymbol{P_R}$ osiągnie wartość ***bezwzględnie maksymalną***. Wyznaczmy w tym celu pochodną funkcji (C-6) względem $\boldsymbol{R}$ z uwzględnieniem warunku $t = t_i$.. Wynosi ona

$$\left.\frac{dP(R)}{dR}\right|_{t=t_i} = i_m^2\left(1-e^{-\frac{i}{RC}}\right)^2 - 2i_m^2\left(1-e^{-\frac{t_i}{RC}}\right)\frac{t_i}{R^2C}e^{-\frac{t_i}{RC}} = \\ = i_m^2\left(1-e^{-\frac{t_i}{RC}}\right)\left[\left(1-e^{-\frac{t_i}{RC}}\right)-2\frac{2t_i}{RC}\,e^{-\frac{t_i}{RC}}\right] \tag{C-7}$$

Z przyrównania jej do zera otrzymujemy

$$\left(1-e^{-\frac{t_i}{R_{opt}C}}\right) - \frac{2t_i}{R_{opr}C}\,e^{-\frac{t_i}{R_{opt}C}} = 0 \tag{C-8}$$

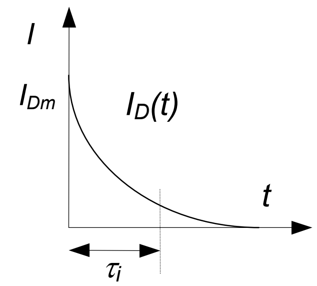
względnie

$$e^{\frac{t_i}{R_{opt}C}} = 1 + \frac{2t_i}{R_{opt}C} \tag{C-9}$$

Uzyskane równanie można rozwiązać tylko numerycznie metodą kolejnych przybliżeń. Daje ona w wyniku poszukiwany warunek kryterialny

$$\boxed{R_{opt} = 0{,}796\,\frac{t_i}{C}} \quad \text{lub} \quad \boxed{R_{opt}\,C \cong 0{,}8\,t_i} \tag{C-10}$$

<u>Przypadek B</u> - impuls eksponencjalny.



W dziedzinie czasu impuls ten opisany jest funkcją

$$i_D(t) = i_m \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \tag{C-11}$$

Jej transformata Laplace'owska ma postać

$$i_D(p) = i_m\frac{1}{p+\frac{1}{\tau_i}} \tag{C-12}$$

Postępując analogicznie jak w przypadku poprzednim otrzymujemz operatorową funkcję prądu wpływajacego doodbiornika $i_R(p)$

$$i_R(p) = \frac{i_m}{RC}\frac{1}{\left(p+\frac{1}{RC}\right)\left(p+\frac{1}{\tau_i}\right)} \tag{C-13}$$

której oryginał w dziedzinie czasu przyjmuje postać

$$i_R(t) = i_m\,\frac{\tau_i}{\tau_i - RC}\left(e^{-\frac{t}{\tau_i}} - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \tag{C-14}$$

Zależność (C-14) umożliwia określenie współrzędnej czasowej maksimum prądu $\boldsymbol{i_R}$ wymaganej rzez przyjętą procedurę wyznaczania optymalnej wartości rezystancji $\boldsymbol{R_{opt}}$ odbiornika. Dla uproszczenia obliczeń skorzystamy z konwencji utożsamiającej czas trwania impulsu eksponencjalnego $\boldsymbol{t_i}$ ze stałą czasową jego zaniku τ_i przyjmując odpowiadającą jej wartość prądu $\boldsymbol{i_R(\tau_i)}$ za podstawę analizy optymalizacyjnej. Przy takich założeniach wartość chwilowa mocy w chwili τ_i będzie

$$P_R(\tau_i) = i_m^2 \frac{R}{\left(1-\frac{RC}{\tau_i}\right)^2}\left(e^{-1} - e^{-\frac{\tau_i}{RC}}\right)^2 \qquad \text{(C-15)}$$

Optymalną wartość rezystancji wejściowej odbiornika $\boldsymbol{R_{opt}}$ wyznaczymy podobnie jak poprzednio z warunku zerowania pierwszej pochodnej funkcji (C-15) względem $\boldsymbol{R}$.

$$\left.\frac{dP_R}{dR}\right|_{t=\tau_i} = \frac{i_m^2\tau_i^2(\tau_i - RC)^2 + 2(\tau_i - RC)C\,i_m^2R\tau_i^2}{(\tau_i - RC)^2}\left(e^{-1} - e^{-\frac{\tau_i}{RC}}\right)^2 + 2\left(e^{-1} - e^{-\frac{\tau_i}{RC}}\right)\frac{\tau_i}{CR^2}e^{-\frac{\tau_i}{RC}}\frac{i_m^2R\tau_i^2}{(\tau_i - RC)^2} =$$

$$= \frac{i_m^2\tau_i^2}{(\tau_i - RC)^2}\left(e^{-1} - e^{-\frac{\tau_i}{RC}}\right)\left[(\tau_i + RC)\left(e^{-1} - e^{i\frac{\tau_i}{RC}}\right) + (\tau_i - RC)\frac{2\tau_i}{RC}e^{-\frac{\tau_i}{RC}}\right] = 0 \qquad \text{(C-16)}$$

Dla spełnienia postawionego warunku wystarcza, aby

$$\left[(\tau_i + RC)\left(e^{-1} - e^{-\frac{\tau_i}{RC}}\right) + (\tau_i - RC)\frac{2\tau_i}{RC}e^{-\frac{\tau_i}{RC}}\right] = 0 \qquad \text{(C-17)}$$

skąd po uporządkowaniu wyrazów otrzymujemy

$$\left(1 - \frac{\tau_1 - RC}{\tau_i + RC}\,\frac{2\tau_i}{RC}\right) = -e^{\left(\frac{\tau_i}{RC} - 1\right)} \qquad \text{(C18)}$$

a w rezultacie prostej dyskusji równania (C-18) dochodzimy do sformułowania warunku kryterialnego w postaci

$$\boxed{\tau_i \to R_{opr}\,C} \qquad \text{(C-19)}$$

Porównując zależności (C-10) i (C-19) uzyskane dla drastycznie różnych przebiegów czasowych impulsów prądowych łatwo zauważyć iż warunki kryterialne trybu semi-prądowego są słabo czułe na kształt tych impulsów i z zadowalającym przybliżeniem za ogólnie słuszny można przyjąć warunek (C-19).