

# **Korelacje przestrzenne między nośnikami uwięzionymi w półprzewodnikowych kropkach kwantowych**

(wybrane wyniki z rozprawy habilitacyjnej)

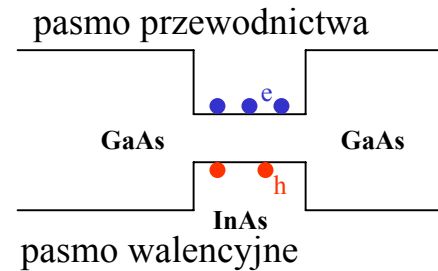
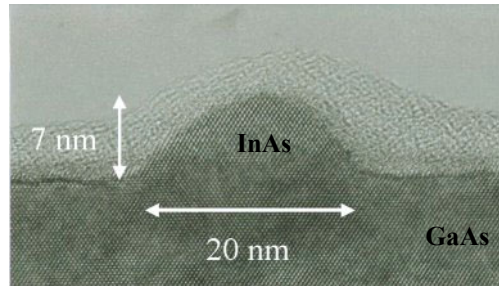
Bartłomiej Szafran

*Kraków 12.05.2006*

# Półprzewodnikowe kropki kwantowe

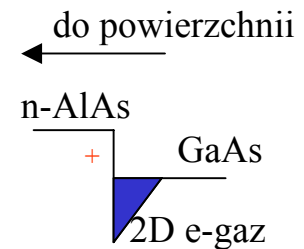
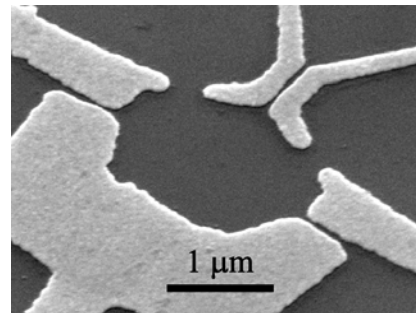
trójwymiarowe wnęki potencjału dla nośników o rozmiarach rzędu 10-100 nm

**Samozorganizowane:**

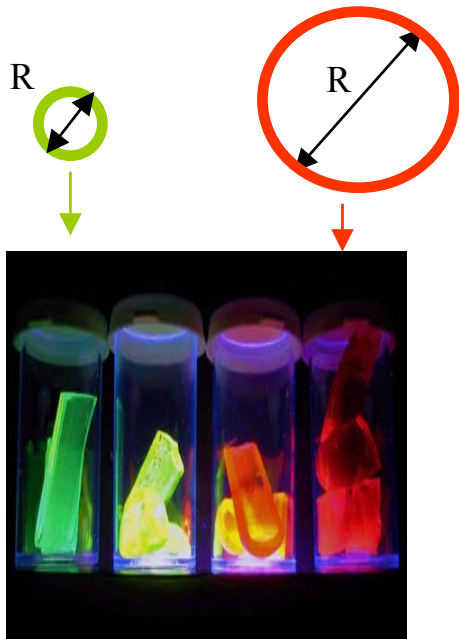


**uwięzienie 3D - dyskretne widmo energii – sztuczny atom**

**Kropka elektrostatyczna wycięta potencjałem elektrostatycznym z dwuwymiarowego gazu elektronowego:**

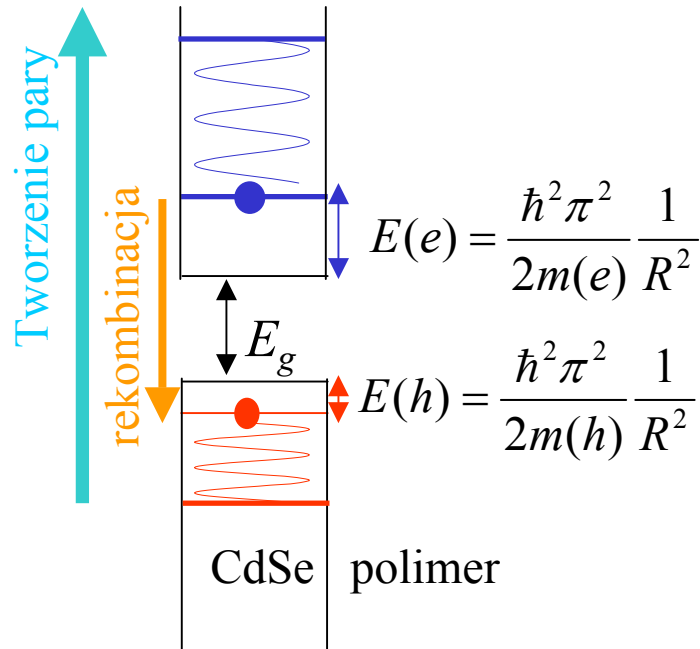


## Przykładowe zastosowania

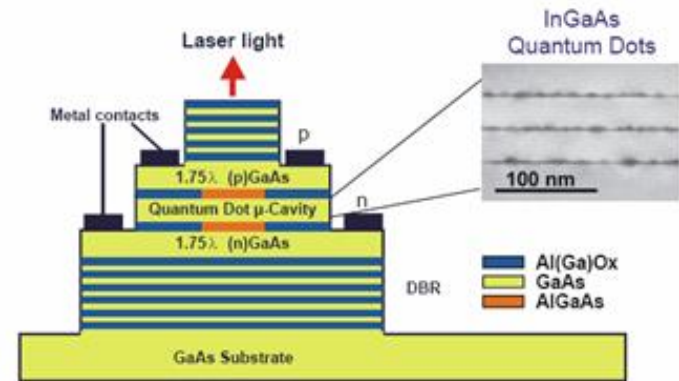


Kropki kwantowe CdSe w matrycy polimerowej  
kwantowy efekt rozmiarowy:

**rozmiar=energia kinetyczna uwięzionych nośników = barwa**

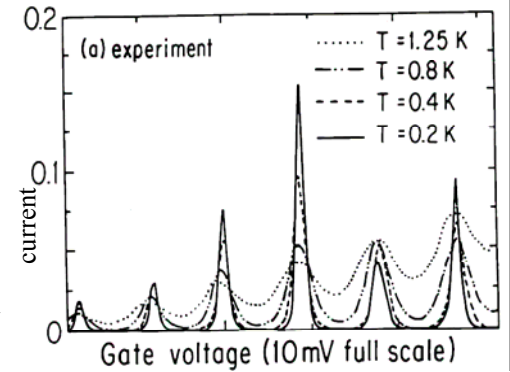
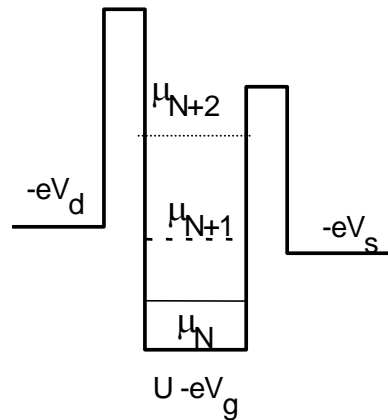
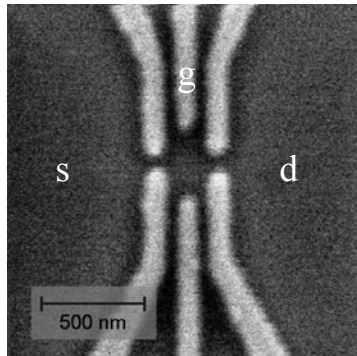


**Laser na kropkach kwantowych**  
(mały prąd progowy,  
wysoka stabilność temperaturowa)



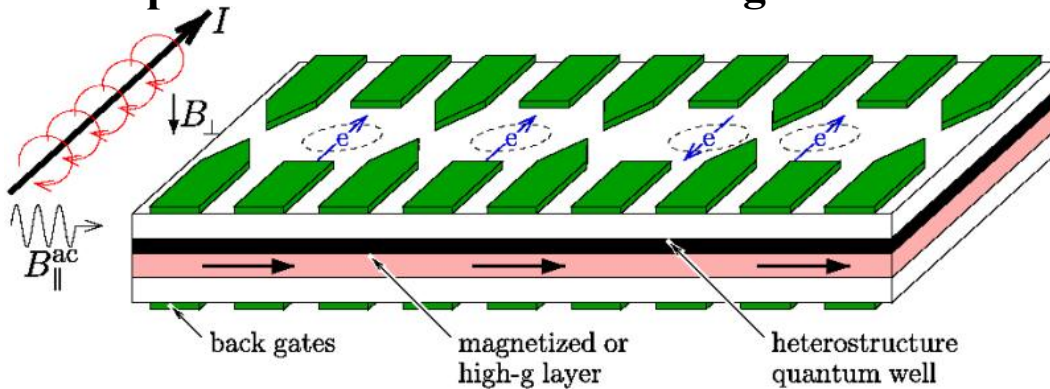
## Przykładowe zastosowania cd.

### Tranzystor jednoelektronowy



potencjały chemiczne  $N+1$  – elektronów  $\mu_{N+1} = E_{N+1} - E_N$

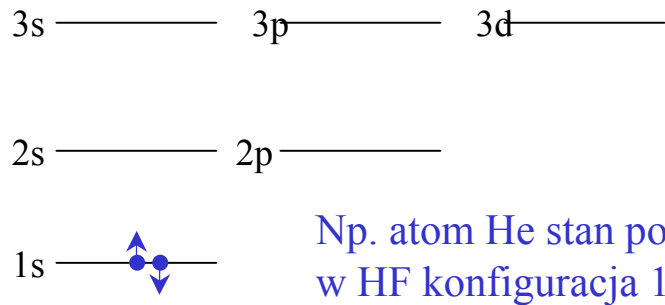
### Spinowa kwantowa bramka logiczna na wielokrotnych kropkach kwantowych



### Badania podstawowe

- 1) Sztuczne atomy i sztuczne molekuly
- 2) Układy elektronowe w zakresie ułamkowego kwantowego efektu Halla
- 3) Kropki o kształcie pierścienia – zjawiska związane z efektem Aharonova-Bohma

**Podjęcie Hartree-Focka:** określona konfiguracja (obsadzenie orbitali jednoelektronowych)

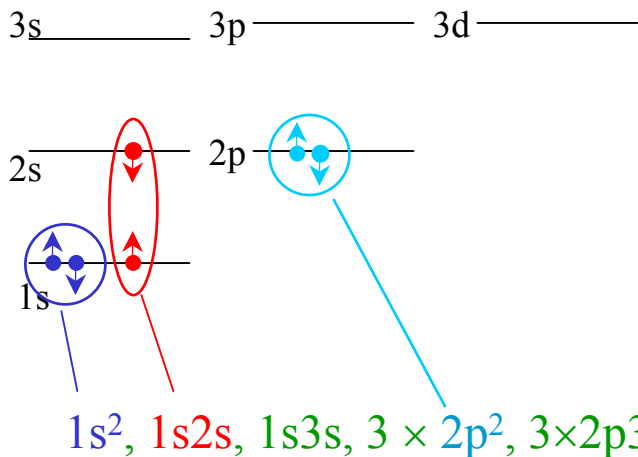


Np. atom He stan podstawowy w HF konfiguracja  $1s^2$

$$\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \chi_1(\mathbf{x}_1) & \chi_2(\mathbf{x}_1) & \dots & \chi_N(\mathbf{x}_1) \\ \chi_1(\mathbf{x}_2) & \chi_2(\mathbf{x}_2) & \dots & \chi_N(\mathbf{x}_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \chi_1(\mathbf{x}_N) & \chi_2(\mathbf{x}_N) & \dots & \chi_N(\mathbf{x}_N) \end{vmatrix}$$

Dla He ( $L=0, S=0$ )

**Mieszanie konfiguracji:** naprawdę ustalone są symetrie nie obsadzenie poziomów jednoelektronowych



Konfiguracje o odpowiedniej symetrii jako baza

$$\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N) = \sum c_l \begin{vmatrix} \chi_1^l(\mathbf{x}_1) & \chi_2^l(\mathbf{x}_1) & \chi_3^l(\mathbf{x}_1) \\ \chi_1^l(\mathbf{x}_2) & \chi_2^l(\mathbf{x}_2) & \chi_3^l(\mathbf{x}_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \chi_1^l(\mathbf{x}_N) & \chi_2^l(\mathbf{x}_N) & \chi_3^l(\mathbf{x}_N) \end{vmatrix}$$

**Większość prac z rozprawy hab.:** dokładne rozwiązanie równania **Schroedingera** dla  $N < 5$  elektronów

zbieżność uzyskiwana:

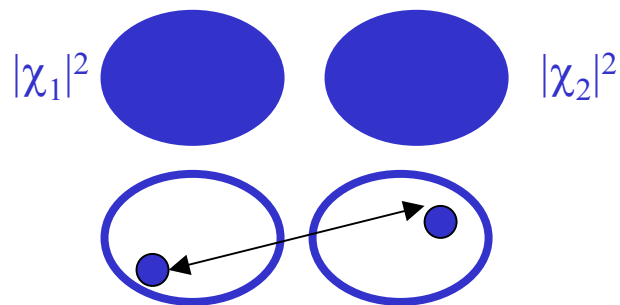
dla około 50 konfiguracji dla 2 elektronów

około 5000 konfiguracji dla 5 elektronów

## HF: oddziaływanie elektron-elektron przez uśrednione pole – zaniedbane korelacje elektron-elektron

**Przykład:** dwie wyspy ładunku jednoelektronowego

**HF** – oddziaływanie  
całych rozkładów ładunku:



**Naprawdę:** elektrony z różnych  
wysp reagują na swoje względne położenie

Czyli : albo konfiguracja jednoelektronowa (np.  $1s^2 2s^2 p^4$ ) jest dobrym przybliżeniem  
albo korelacje elektron-elektron są silne (efekty kolektywne)

w chemii kwantowej: korelacje **definiowane** względem przybliżenia HF (restricted)

**Problem rozprawy habilitacyjnej:**

**jak nośniki reagują na siebie nawzajem, jakie są skutki ich skorelowania**

# *Korelacje przestrzenne między nośnikami uwięzionymi w półprzewodnikowych kropkach kwantowych*

**Przegląd 17 publikacji:** 12 *Physical Review B*, 2 *Journal of Physics CM*, 1 *Europhysics Letters*, 1 *European Physical Journal D*, 1 *Physica E*

## Spis treści / przybliżony plan referatu :

**1 Porządkowanie ładunku i spinu w kwaziejednowymiarowych kropkach kwantowych**

**2 Efekty korelacyjne w ładowaniu kropek pojedynczymi elektronami**

**3 Klasyczne cechy korelacji w zakresie ułamkowego efektu Halla**

**4 Stany kilkuelektronowe dla pary kropek kwantowych sprzężonych bocznie**

**5 Kilkuelektronowe stany koncentrycznych układów kropka - pierścień i pierścień-pierścień**

**6 Efekty orbitalne pola magnetycznego skierowanego w płaszczyźnie kropki**

**7 Triony ekscytonowe w pojedynczych i podwójnych kropkach kwantowych**

**8 Skorelowana lokalizacja elektronów i dziur w podwójnych sprzężonych pionowo kropkach kwantowych**

## (standardowy) hamiltonian masy efektywnej dla sztucznych atomów GaAs/AlGaAs podobny jest do atomowego

pojedynczy elektron:

$$h = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(r)$$

(z izotropową  
pasmową masą efektywną  
 $m^*=0.067 m_0$ )

$N$ -elektronów

$$H = \sum_{i=1}^N \left( h_i + \sum_{j>i}^N \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_{ij}} \right)$$

ze stałą dielektryczną  $\epsilon=12.4$

różnica atom sztuczny / atom naturalny - w potencjale uwięzienia  $V(r)$

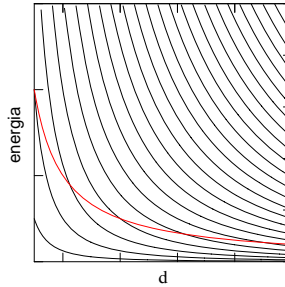
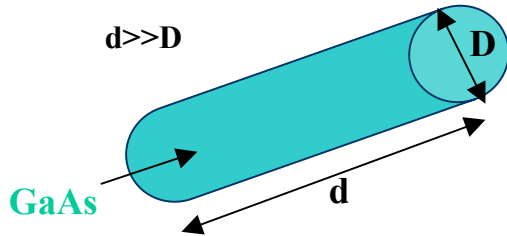
W atomach naturalnych  $V(r) = -Z/r$  – dominujący → struktura powłokowa  
elektry rdzenia i walencyjne

W atomach sztucznych  $V(r)$  bywa (w kropkach dużych)  
znacznie słabszy od oddziaływania elektron-elektron  
→ silnie skorelowana lokalizacja elektronów



## → silnie skorelowana lokalizacja elektronów

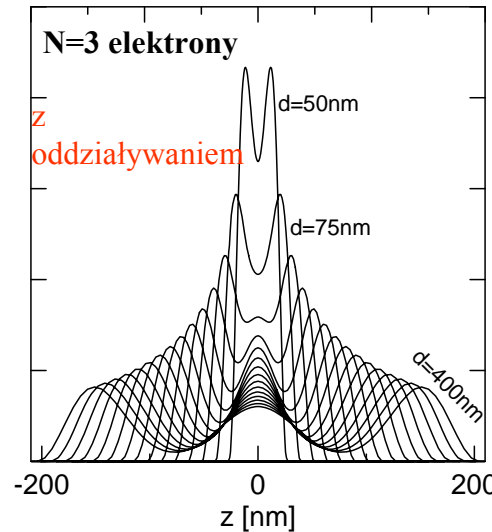
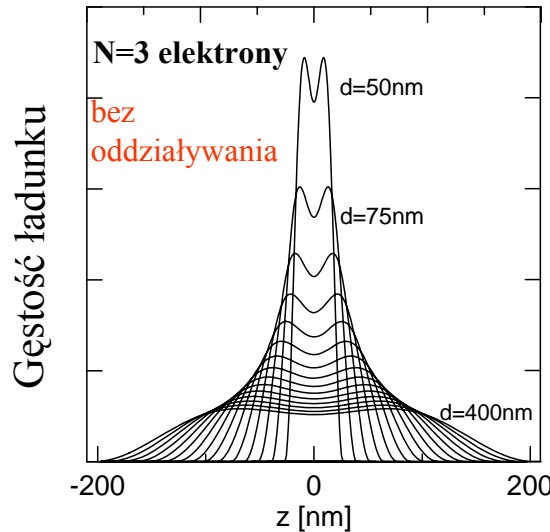
Kropka prawie jednowymiarowa :



Poziomy jednoelektronowe  $n^2/d^2$

Energia oddziaływania kulombowskiego  $1/d$

długie kropki (duże  $d$ ) oddziaływanie e-e  $\gg$  energia kinetyczna (rzadki gaz elektronowy)



Gęstość elektronowa rozmyta na ile możliwe – minimalna energia kinetyczna

krystalizacja wignerowska (proces ciągły)

Gdy oddziaływanie dominuje – powstają rozdzielone wyspy ładunku jednoelektronowego (kryształ elektronowy, kryształ Wignera, molekula Wignera). Energia oddziaływania minimalizowana kosztem energii kinetycznej związanej z lokalizacją.

PHYSICAL REVIEW B **70**, 035401 (2004)

### Spatial ordering of charge and spin in quasi-one-dimensional Wigner molecules

B. Szafran,<sup>1,2</sup> F. M. Peeters,<sup>1</sup> S. Bednarek,<sup>2</sup> T. Chwiej,<sup>1,2</sup> and J. Adamowski<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departement Natuurkunde, Universiteit Antwerpen (Campus Drie Eiken), B-2610 Antwerpen, Belgium

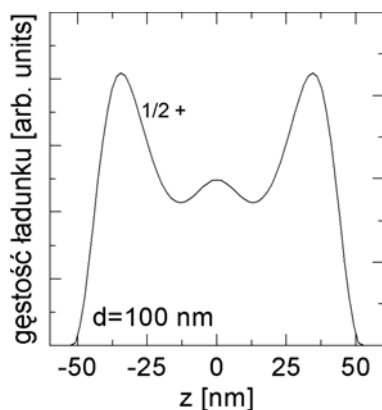
<sup>2</sup>Faculty of Physics and Nuclear Techniques, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

(Received 19 January 2004; published 2 July 2004)

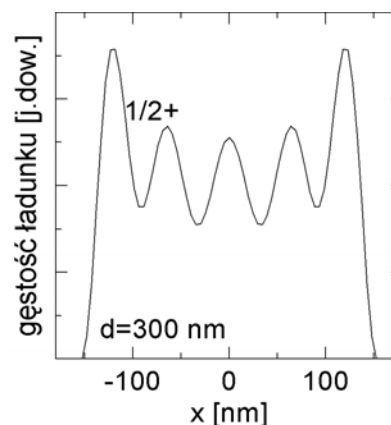
# Uporządkowanie ładunku a uporządkowanie spinu

Tw. Lieba i Mattisa (1962) - niskospinowy stan podstawowy 1D bez pola magnetycznego

Czy występuje antyferromagnetyczne przestrzenne uporządkowanie spinów?

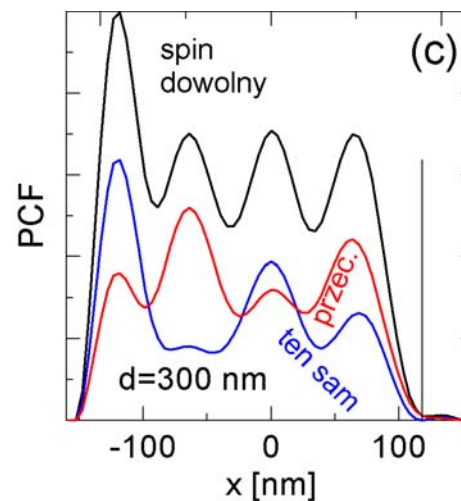
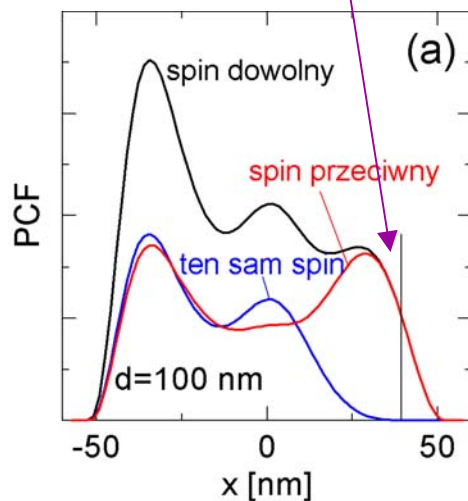


$N=5$

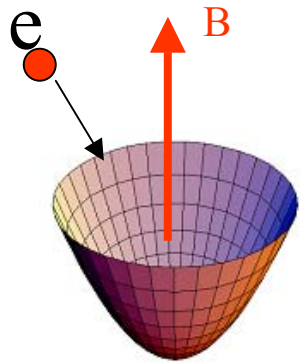


załóżmy, że jeden elektron jest tutaj gdzie są pozostałe i jaki mają spin ?

Funkcja korelacji par:



# Elektron w polu magnetycznym: atom a kropka kwantowa



$$h = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + \frac{1}{8} m^* \omega_c^2 r^2 + \frac{1}{2} \hbar \omega_c l + g^* \mu_B B S_z + V(r)$$

czynniki diamagnetyczny  
„ciśnienie magnetyczne”  $-\mu_o \cdot B$

$-\mu_s \cdot B$

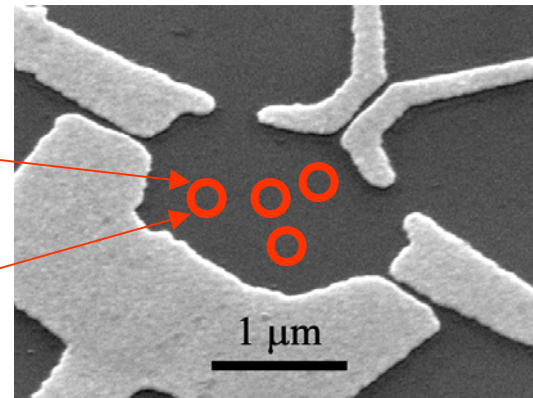
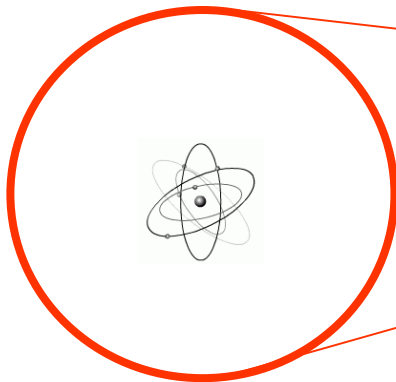
Częstość cyklotronowa

$$\omega_c = eB/m^*$$

najniższy poziom Landaua ( $V=0$ )  $|\Psi|^2 = N \exp(-eBr^2/2\hbar)$

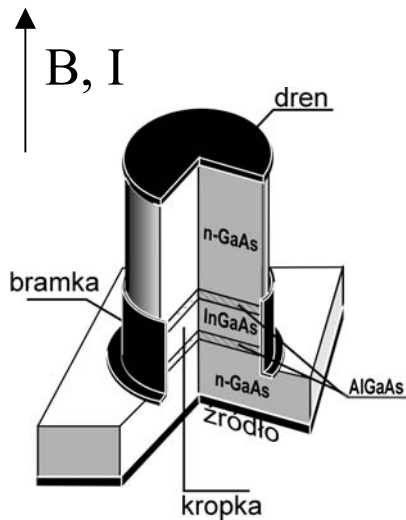
**Orbita Landaua**  $R_L = (2\hbar/eB)^{1/2}$  | taka jak w próżni!

$$B=10\text{T} \rightarrow R_L=11.5 \text{ nm}$$



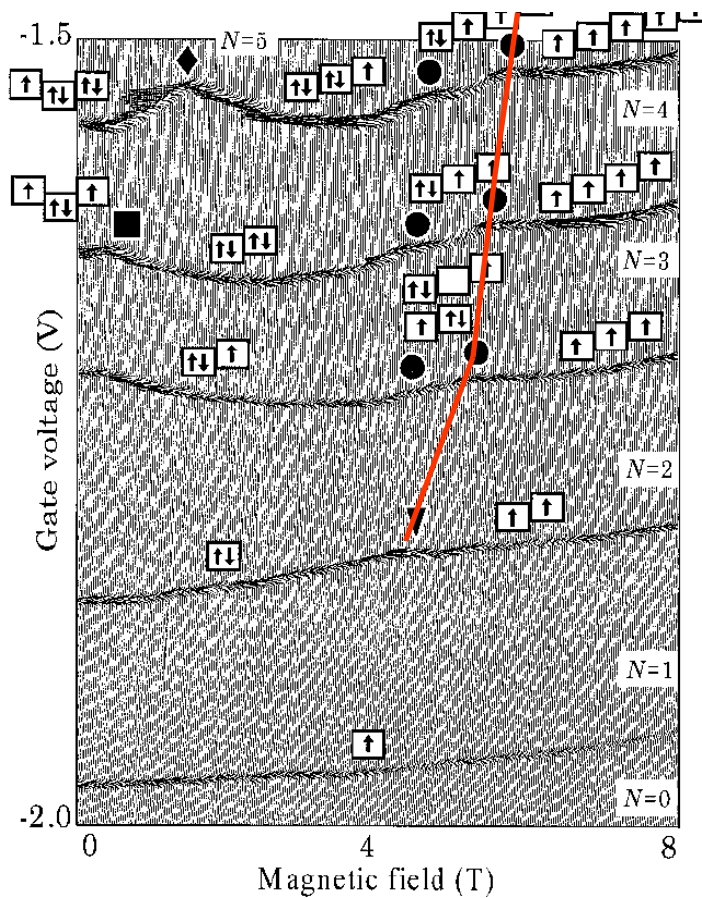
orbita Landaua w 10T: 20 razy większa od atomu

lecz – mieści się w dużej kropce kwantowej.  
wszystkie elektrony można sprowadzić do  
najniższego poziomu Landaua

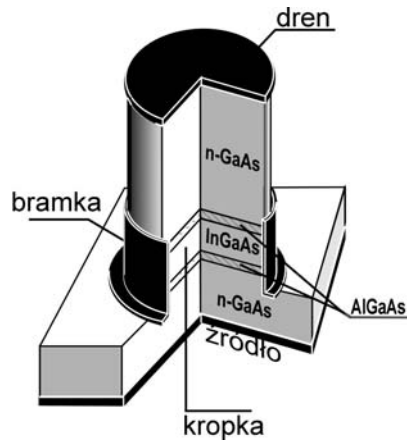


S. Tarucha i inni,  
 Phys. Rev. Lett, 77 (1997) 3613  
 L. Kouwenhoven,  
 Science, 278 (1997) 1789

na prawo od czerwonej linii zajęty  
 wyłącznie najniższy poziom Landaua  $\nu=1$



# Zastosowanie metody oddziaływania konfiguracji do realnej struktury



Model urządzenia: Poisson-Schroedinger

Kwantowy problem własny rozwiązany

1) HF

2) Oddziaływaniem konfiguracji

Porównanie - efekty skorelowania elektronów  
w wynikach doświadczalnych

PHYSICAL REVIEW B 67, 115323 (2003)

## Correlation effects in vertical gated quantum dots

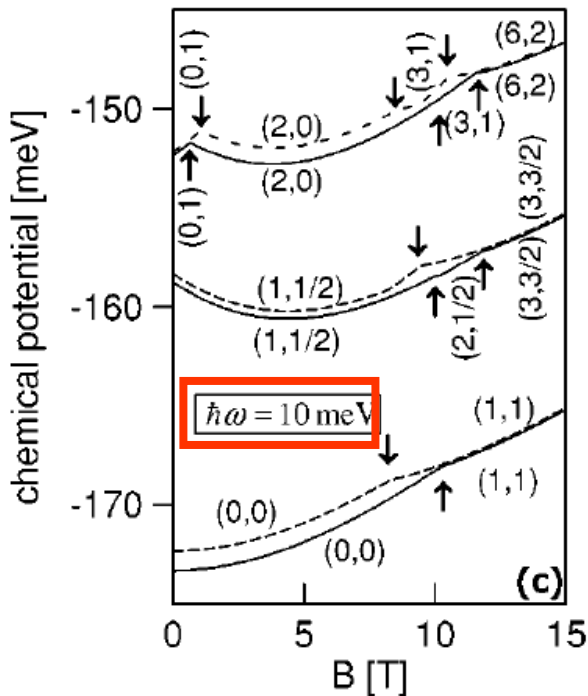
B. Szafran, S. Bednarek, and J. Adamowski\*

*Faculty of Physics and Nuclear Techniques, University of Mining and Metallurgy (AGH), Kraków, Poland*

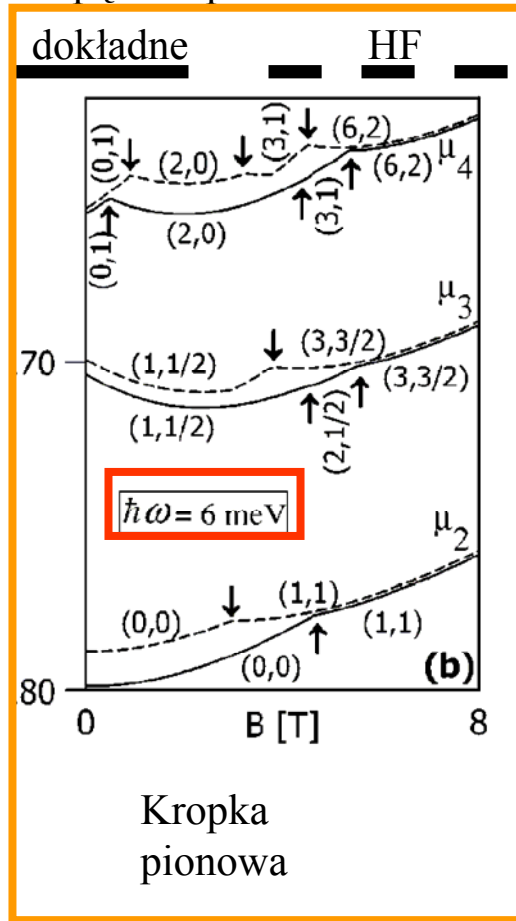
(Received 19 October 2002; revised manuscript received 20 December 2002; published 19 March 2003)

**Stały potencjał uwięzienia bocznego: jak sprawdza się przybliżenie określonego obsadzenia orbitali jednoelektronowych**

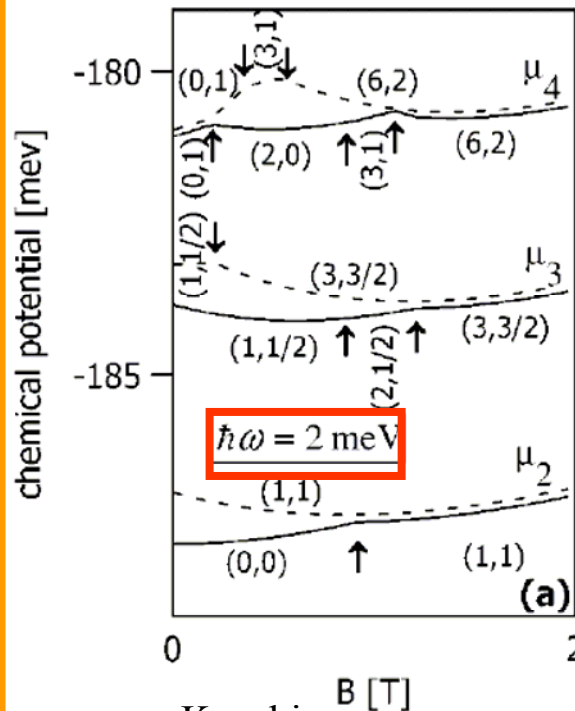
$(l,s)$  - moment pędu i spin układu elektronowego



Dla kropek samozorganizowanych  $\hbar\omega$  nawet 20 – 40 meV.



Kropka pionowa

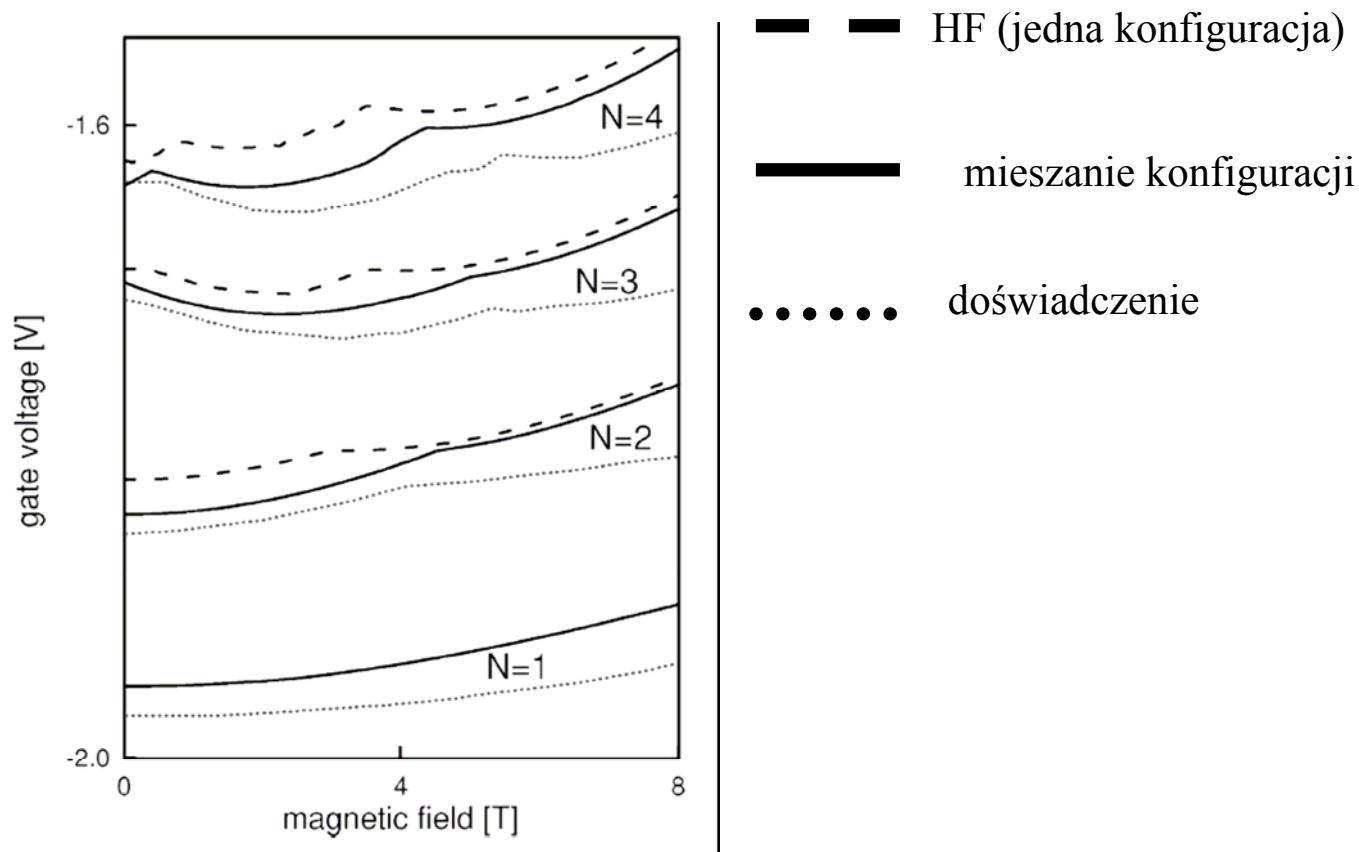


Kropki boczne

**HF faworyzują polaryzację spinową**

**Korelacje tym silniejsze (HF mniej dokładny) im słabsze uwięzienie**

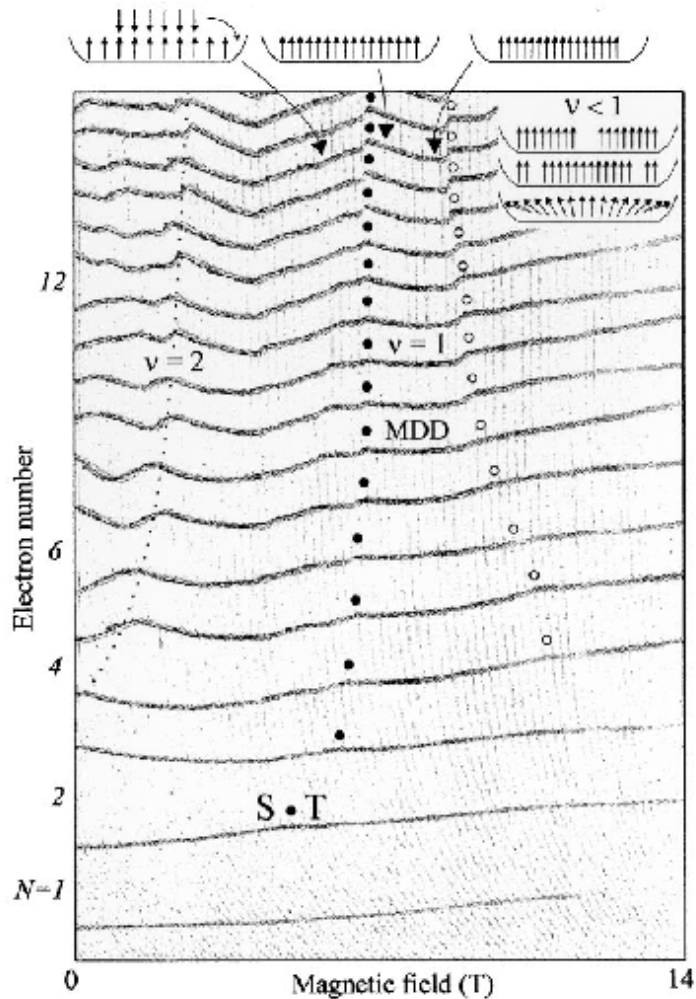
## Potencjał realistyczny (z równania Poissona)



**Uwzględnienie korelacji wyraźnie zbliża wyniki modelu do danych eksperymentalnych**

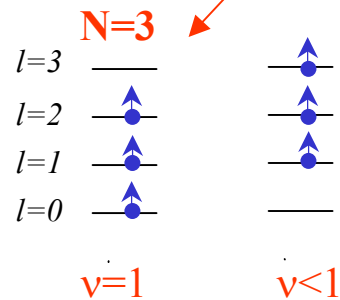
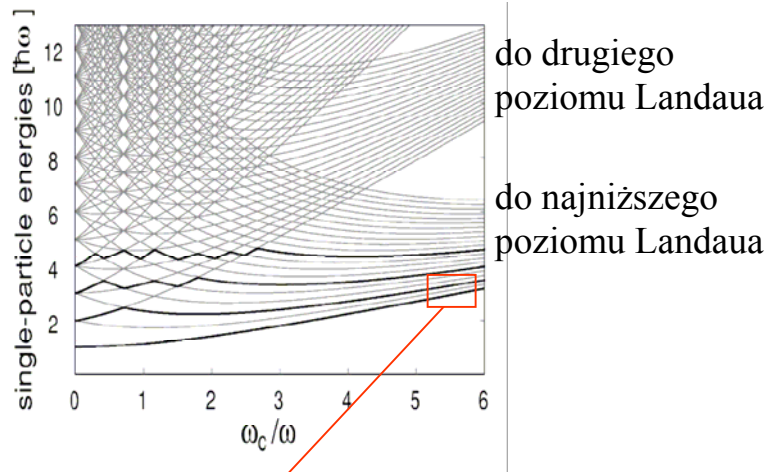


na  $\nu=1$  ewolucja się **nie** kończy



T.H. Osterkamp i inni,  
 Phys. Rev. Lett. 82, (1999), 2931

oscylator harmoniczny 2D + pole magnetyczne  
 widmo **Focka-Darwina**



Obsadzenie poziomów jednoelektronowych  
 przy rozpadzie stanu  $\nu=1$



# Korelacje dla spolaryzowanego spinowo układu w zakresie ułamkowego efektu Halla ( $\nu < 1$ )

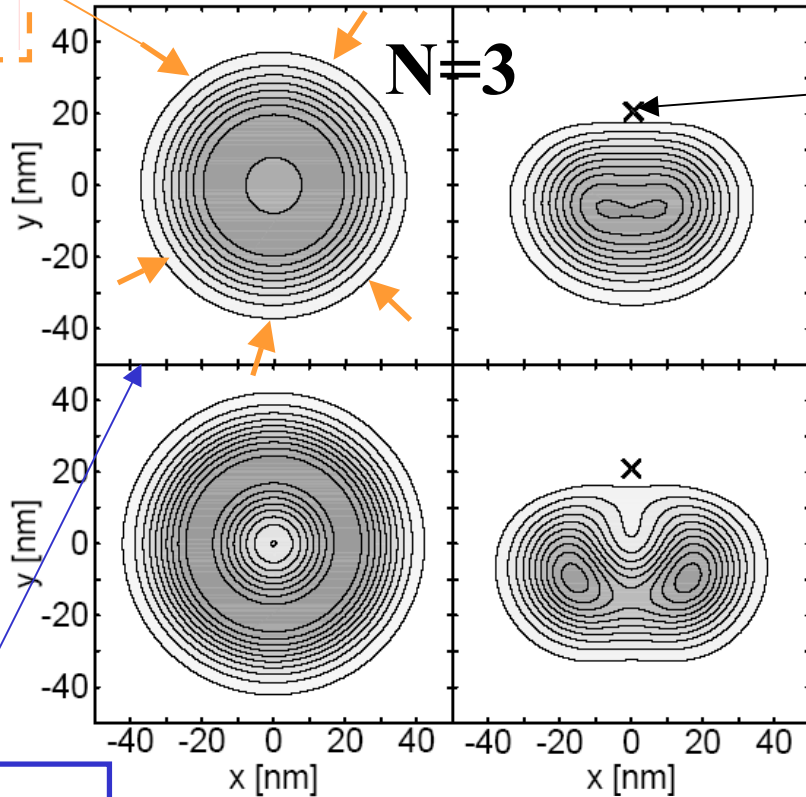
Gęstość ładunku

Funkcja korelacji par

$$\frac{1}{8} \mu^* \omega_c^2 r^2$$

$L=3$   
( $\nu=1$ )

$L=6$   
( $\nu=1/2$ )

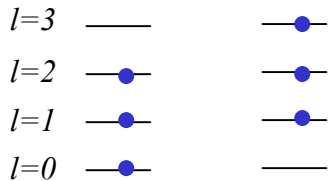


Krzyżyk: położenie jednego z elektronów

oddziaływanie konfiguracji

korelacje o molekularnej formie w wewnętrznych stopniach swobody układu

$N=3$



PHYSICAL REVIEW B 69, 125344 (2004)

Anisotropic quantum dots: Correspondence between quantum and classical Wigner molecules, parity symmetry, and broken-symmetry states

B. Szafran,<sup>1,2</sup> F. M. Peeters,<sup>1</sup> S. Bednarek,<sup>2</sup> and J. Adamowski<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departement Natuurkunde, Universiteit Antwerpen (Campus Drie Eiken), B-2610 Antwerpen, Belgium

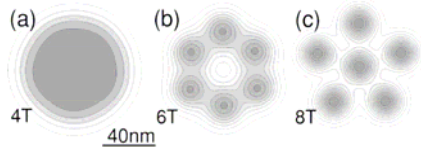
<sup>2</sup>Faculty of Physics and Nuclear Techniques, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

(Received 7 November 2003; published 30 March 2004)

# Rozpad stanu MDD ( $\nu=1$ ) oraz molekuly Wignera w przybliżeniu HF

gęstość ładunku HF

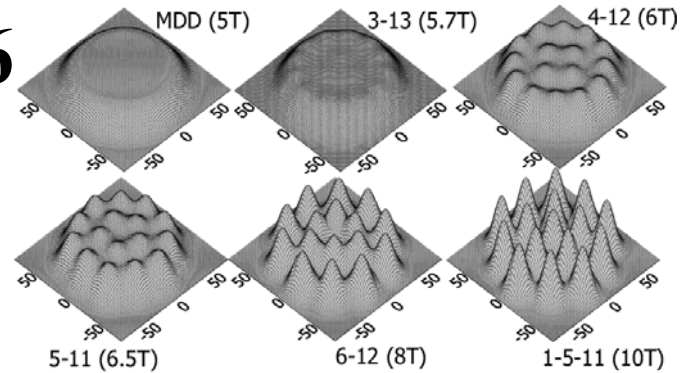
**N=6**



**MDD**  
**( $\nu=1$ )**

$\nu < 1$

**N=16**



- 1) HF łamie symetrię potencjału uwięzienia, aby opisać rozdzielanie elektronów przy  $\nu < 1$  – powstają molekuly Wignera
- 2) molekuly Wignera występują w różnych izomerach
- 3) po rozpadzie MDD w stanie podstawowym – izomery z elektronami raczej na obrzeżach kropki
- 4)  $B \rightarrow \infty$  : wyspy ładunku HF kurczą się do punktowych ( $|\Psi|^2 = C \exp(-eB(\mathbf{r} - \mathbf{R})^2/2\hbar)$ ) rozkład elektronów jak dla klasycznych ładunków punktowych

minimum klasycznej energii potencjalnej  
 = znika energia wymiany  
 = energia kinetyczna lokalizacji wymrożona przez pole B

PHYSICAL REVIEW B 67, 045311 (2003)

Magnetic-field-induced transformations of Wigner molecule symmetry in quantum dots

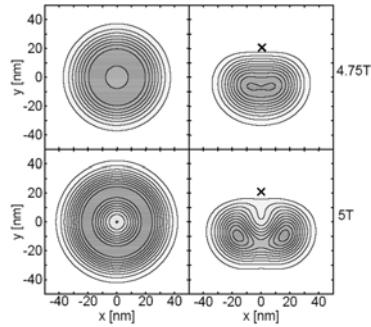
B. Szafran, S. Bednarek, and J. Adamowski

Faculty of Physics and Nuclear Techniques, University of Mining and Metallurgy (AGH), Kraków, Poland

(Received 5 November 2002; published 15 January 2003)

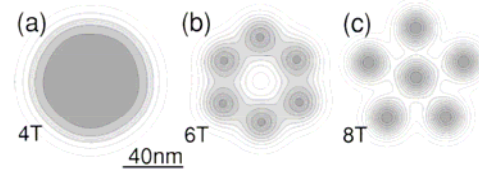
**Pytanie:** Jak odległe od prawdy są rozwiązania HF łamiące symetrię potencjału zewnętrznego ?

**dokładne**



**gęstość okrągła,  
silne korelacje w wewnętrznych stopniach swobody**

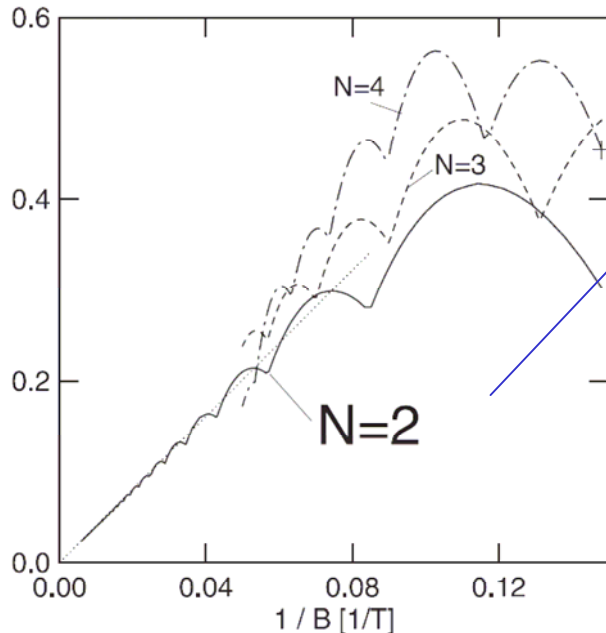
**HF – gęstość ze złamaną symetrią**



**skorelowanie widoczne w układzie laboratoryjnym**

Tw. wariacyjne  $\langle F|H|F \rangle \geq E$  (stanu podstawowego) (równość jeśli  $|F \rangle$  stan podstawowy)

**$E(\text{HF}) - E(\text{dokładna})$  [meV]**



**HF w granicy nieskończonego B daje rozwiązanie klasyczne.  
HF w granicy nieskończonego B jest dokładny !  
→ granica  $B \rightarrow \infty$  jest naprawdę klasyczna !**

Czy stany własne z klasycznym rozkładem ładunku w skończonym B są wykluczone ?

**Accuracy of the Hartree-Fock method for Wigner molecules at high magnetic fields**  
 THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL D  
 B. Szafran<sup>1,2,a</sup>, S. Bednarek<sup>1</sup>, J. Adamowski<sup>1</sup>, M.B. Tavernier<sup>2</sup>, E. Anisimovas<sup>2</sup>, and F.M. Peeters<sup>2</sup>  
<sup>1</sup> Faculty of Physics and Nuclear Techniques, AGH University of Science and Technology, Kraków, Poland  
<sup>2</sup> Departement Natuurkunde, Universiteit Antwerpen (UIA), 2610 Antwerpen, Belgium  
 Received 18 August 2003 / Received in final form 24 October 2003  
 Published online 6 January 2004 – © EDP Sciences, Società Italiana di Fisica, Springer-Verlag 2004

## Uwzględnić korelacje i zbadać potencjały o niskiej symetrii

PHYSICAL REVIEW B 69, 125344 (2004)

### Anisotropic quantum dots: Correspondence between quantum and classical Wigner molecules, parity symmetry, and broken-symmetry states

B. Szafran,<sup>1,2</sup> F. M. Peeters,<sup>1</sup> S. Bednarek,<sup>2</sup> and J. Adamowski<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departement Natuurkunde, Universiteit Antwerpen (Campus Drie Eiken), B-2610 Antwerpen, Belgium

<sup>2</sup>Faculty of Physics and Nuclear Techniques, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

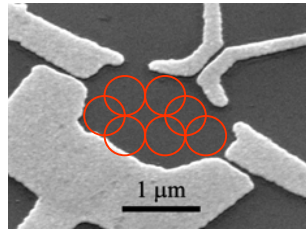
(Received 7 November 2003; published 30 March 2004)

### Wielocentrowa metoda oddziaływania konfiguracji

- \* baza funkcji najniższego poziomu Landaua z przekrywającymi się orbitalami dla jednego elektronu

$$\Psi_{\mu}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^M c_i^{\mu} \psi_{\mathbf{R}_i}(\mathbf{r}),$$

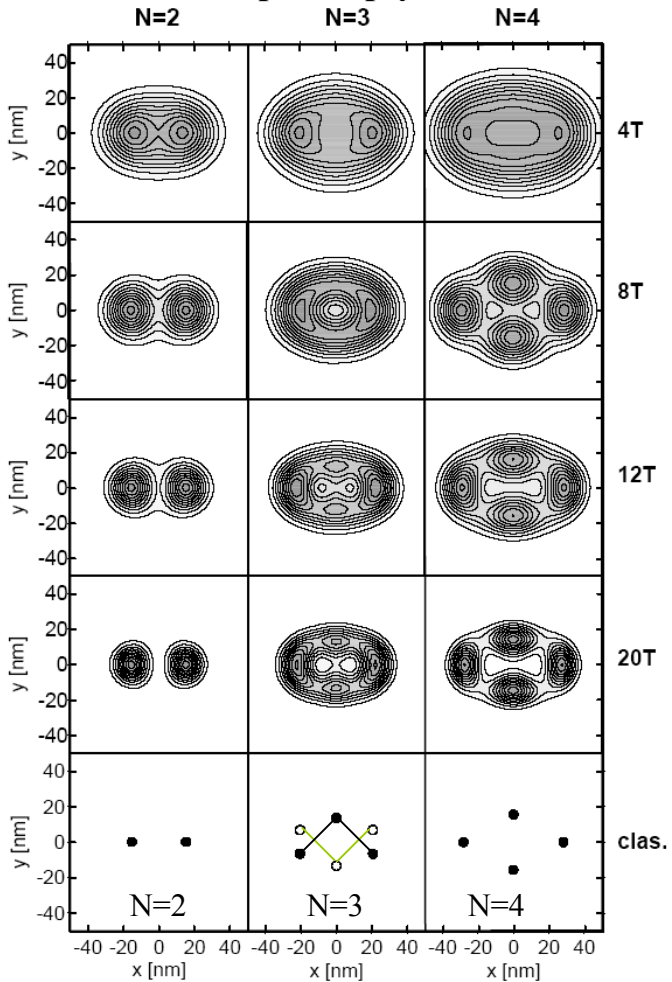
$$\psi_{\mathbf{R}}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\alpha}{4}(\mathbf{r}-\mathbf{R})^2 + \frac{i\beta}{2}(x-X)(y+Y)\right\}$$



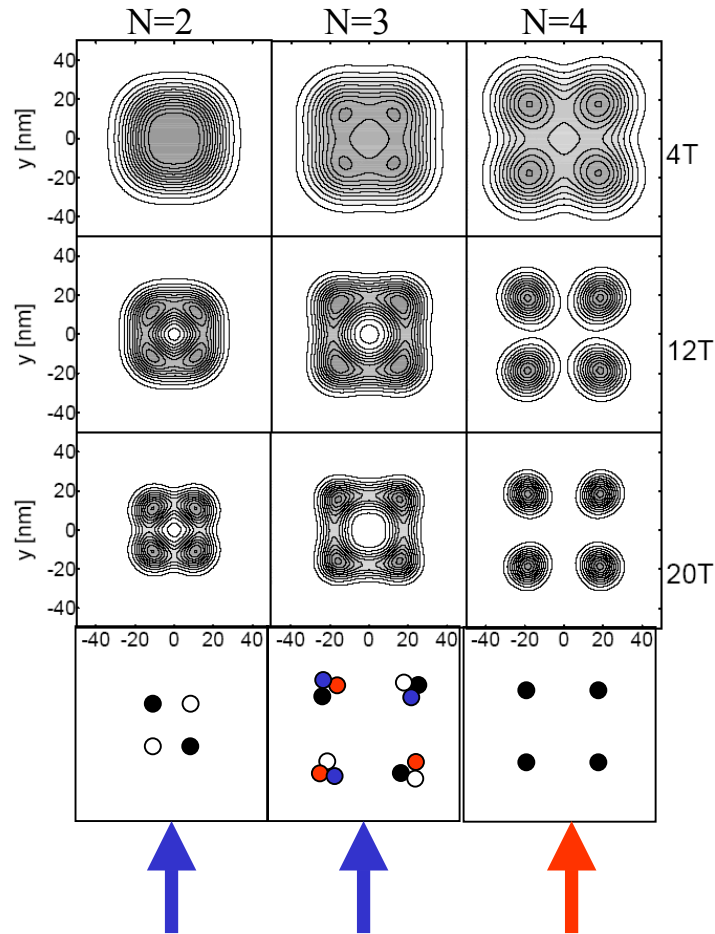
- \* baza świetnie opisuje również wyższe pasma Focka-Darwina (wyższe poziomy Landaua)
- \* umożliwia dokładne rozwiązanie problemu kilkuelektronowego przy niskiej lub zaburzonej symetrii potencjału uwięzienia, dla kropek wielokrotnych

# Jak osiągnięta jest granica klasyczna w rozkładzie ładunku ??

## Kropka eliptyczna



## Kropka kwadratowa



W nieskończonym polu B gęstość ładunku dąży do wszystkich równoważnych klasycznych konfiguracji

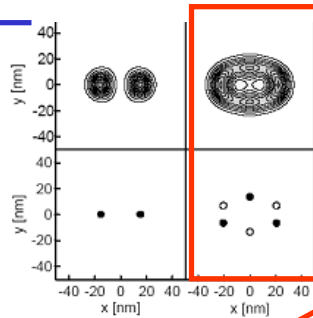
Krystalizacja wignerowska (wyspy ładunku jednoelektronowego) tylko gdy układ klasyczny jest niezdegenerowany

Gdy układ klasyczny zdegenerowany -- superpozycja „klasycznych” rozkładów, odtwarza symetrię zewnętrzną.

DEGENERACJA  
KLASYCZNA

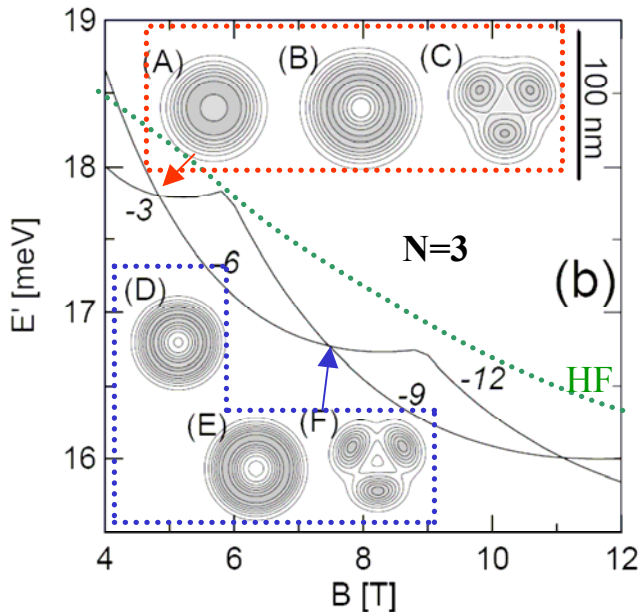
# Klasyczna degeneracja a transformacje symetrii przy $v < 1$

Układ klasycznie niezdegenerowany  
Brak transformacji symetrii, gładka ewolucja z B do granicy klasycznej



Klasyczna degeneracja:  
transformacje symetrii  
(własności układu  
zmieniają się w sposób  
nieciągły)

Kropka kołowa



Konstrukcja stanów o złamanej symetrii

$$\Psi_{BS} = (\Psi_1 + e^{i\phi} \Psi_2) / \sqrt{2}$$

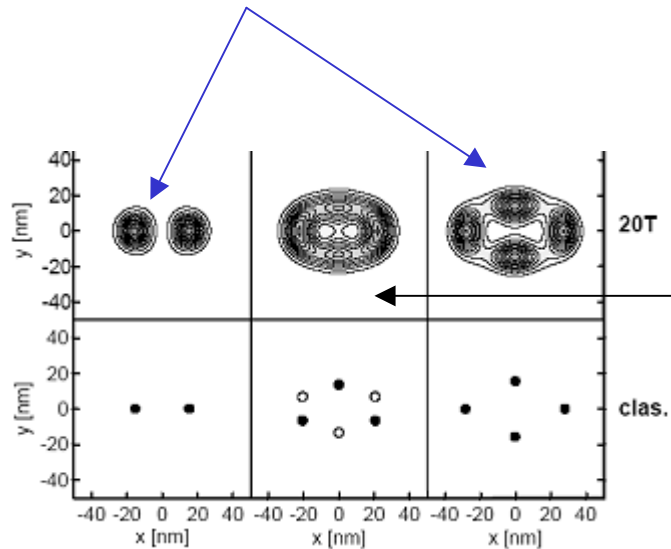
sąsiednie z sekwencji symetrii stanu podstawowego

Przy transformacjach symetrii

istnieją dokładne stany własne o klasycznym rozkładzie ładunku.

Wyspy ładunku w stanach o złamanej symetrii kurczą się do punktów – znika zaniedbany przez HF efekt korelacyjny.

## krystalizacja wignerowska gęstości ładunku



Stan bez krystalizacji wignerowskiej (bez rozdzielonych wysp jednoelektronowych)  
**Czy taki stan ma własności kryształu czy cieczy elektronicznej?**

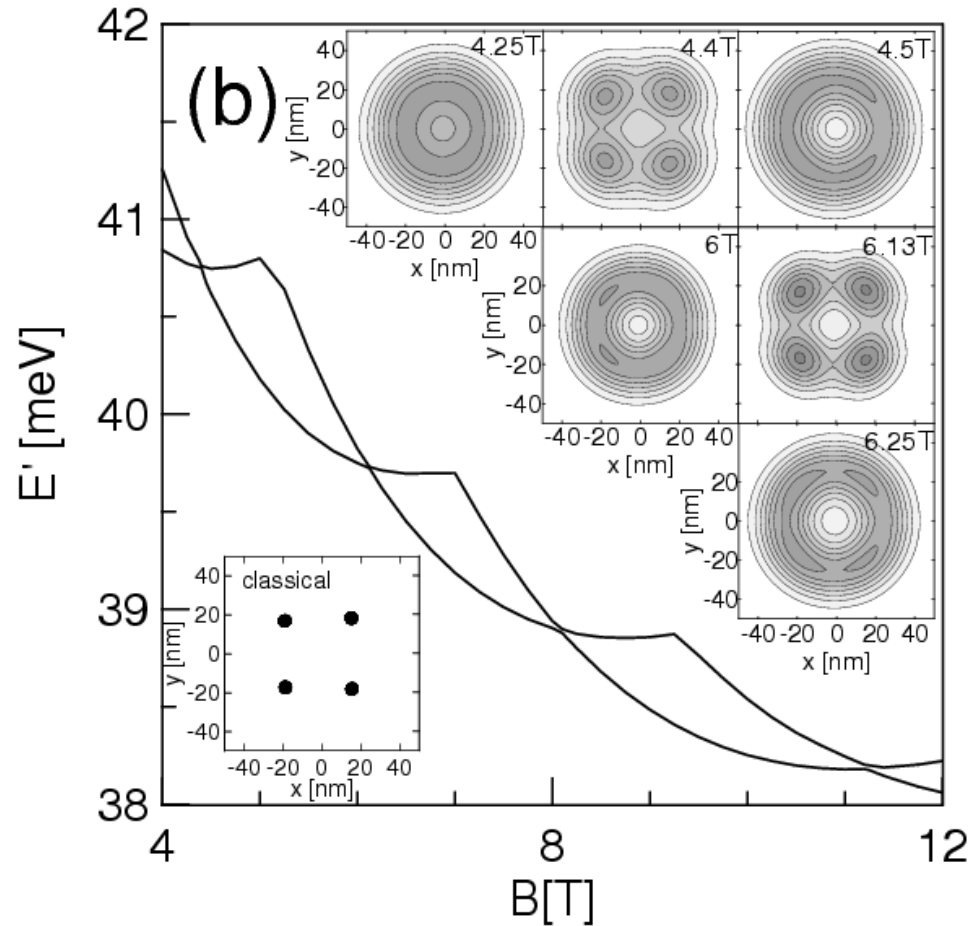
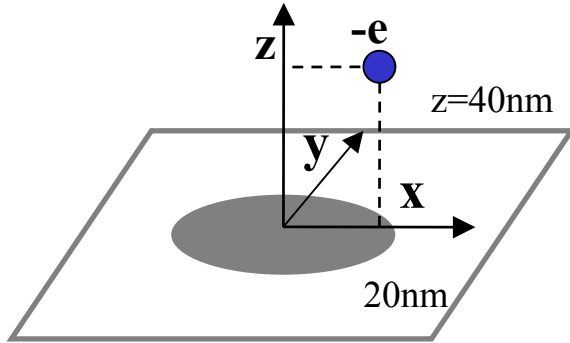
**Kryształ elektroniczny:**

- 1) dalekozasięgowy porządek w funkcji korelacji par (kryterium nie do zastosowania przy niewielkiej liczbie elektronów)
- 2) ulegnie przyszpileniu (pinning) w wyniku dowolnie słabego zaburzenia



$\nu < 1$  w kropkach kołowych: reakcja na słabe zewnętrzne zaburzenie: **ciecz elektronowa czy kryształ elektronowy?**

ujemnie naładowany defekt poza osią kropki



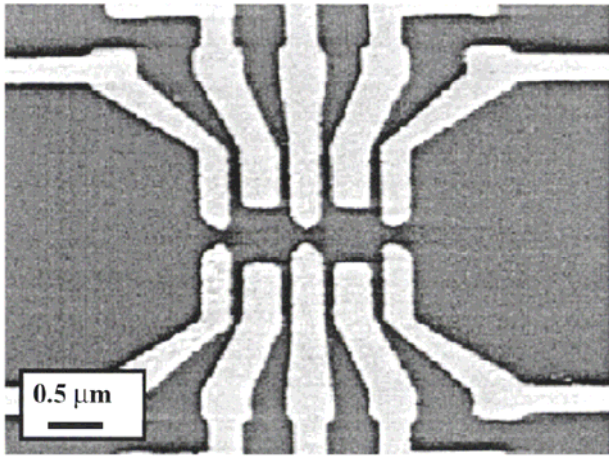
*Europhys. Lett.*, **66** (5), pp. 701–707 (2004)  
 Re-entrant pinning of Wigner molecules  
 in a magnetic field due to a Coulomb impurity

B. SZAFRAN<sup>1,2</sup> and F. M. PEETERS<sup>1</sup>

Układy w których gęstość ładunku nie jest skryształizowana wignerowsko tylko przy transformacjach symetrii reagują na zewnętrzne zaburzenie jak kryształ elektronowy. Poza nimi – reagują jak ciecz.



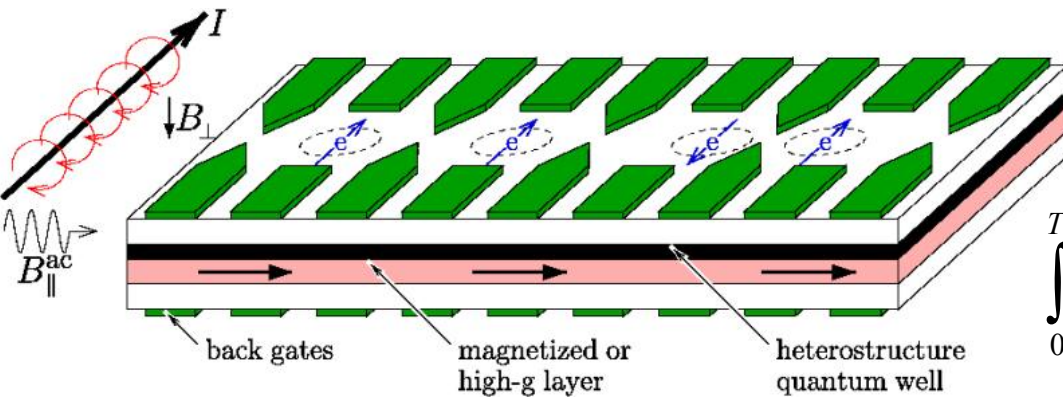
# Sztuczna molekula



Duncan PRB 63 045311 (2001)

stopień kowalencyjności orbitali  
regulowany napięciem na centralnej bramce

## Kwantowa bramka logiczna na spinach



Impulsowa sprzężenie spinowe Heisenberga

$$H_s(t) = J(t) \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$$

$$J = E_{\text{triplet}} - E_{\text{singlet}} \text{ energia wymiany}$$

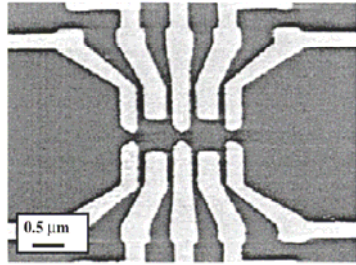
$$\int_0^T dt J(t) = \pi \hbar \quad \text{-operator wymiany (swap)}$$

$$(S_1, S_2) \rightarrow (S_2, S_1)$$

$J=0.1\text{meV}$  daje  $T=20\text{ ns}$

Loss & DiVincenzo PRA 57 120 (1998)

Problem:



PHYSICAL REVIEW B 70, 205318 (2004)

### Exchange energy tuned by asymmetry in artificial molecules

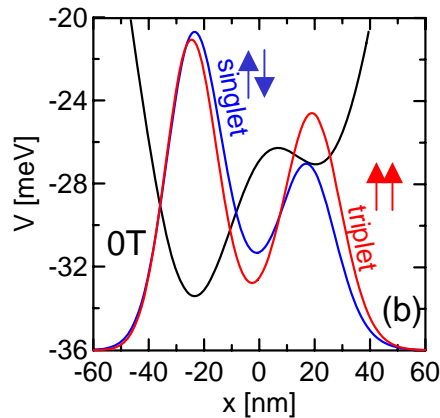
B. Szafran,<sup>1,2</sup> F. M. Peeters,<sup>1</sup> and S. Bednarek<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departement Fysica, Universiteit Antwerpen (Campus Drie Eiken), B-2610 Antwerpen, Belgium  
<sup>2</sup>Physics and Nuclear Techniques, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-060 Kraków, Poland

kropki duże: nawet bez bariery międzykropkowej ładunki ulegną rozdzieleniu  
– singlet i tryplet ulegną degeneracji – kontrola spinu wykluczona

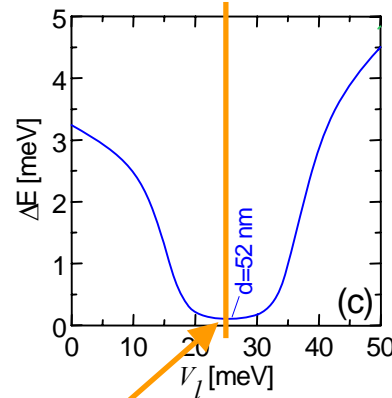
Jak temu zaradzić:

**Asymetria potencjału uwięzienia  
wielokrotnie zwiększa energię  
wymiany.**



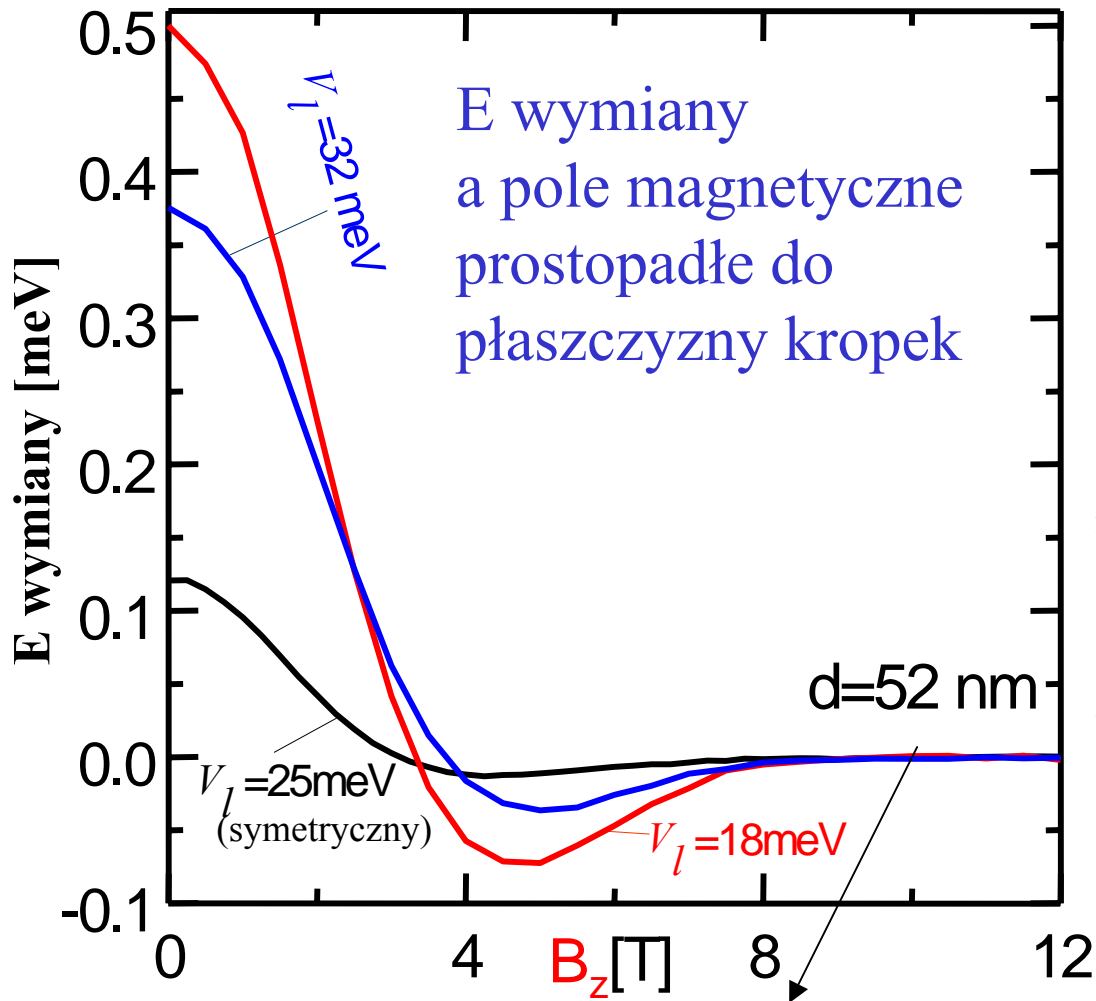
trypletowi zajmowanie głębszej  
kropki utrudnia zakaz Pauliego

Energia wymiany



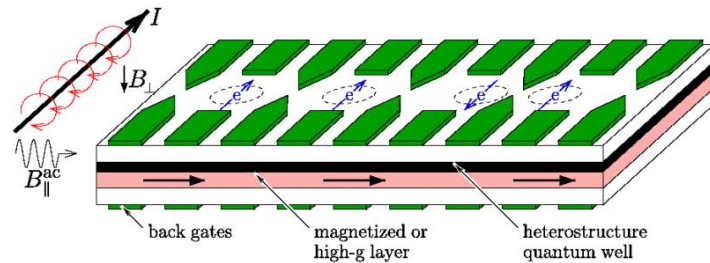
Potencjał symetryczny

**E. wymiany - minimalna (!)  
gdy układ symetryczny**



E wymiany  
a pole magnetyczne  
prostopadłe do  
płaszczyzny kropek

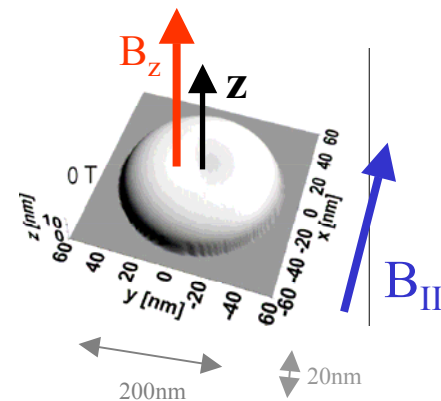
Wymiana znika gdy elektrony  
rodzielone polem



Silne pole magnetyczne – konieczne dla operacji  
na pojedynczym spinie

$$\text{Rozszczepienie Zeemana: } \Delta E = g\mu_B B$$

Kompromis: pomiary przy pomocy pola  
równoległego do płaszczyzny uwięzienia  
10 T



## Wiadomo, że efekty orbitalne $B_{II}$ mniejsze, ale jakie one są ?

PHYSICAL REVIEW B 70, 235335 (2004)

### In-plane magnetic-field-induced Wigner crystallization in a two-electron quantum dot

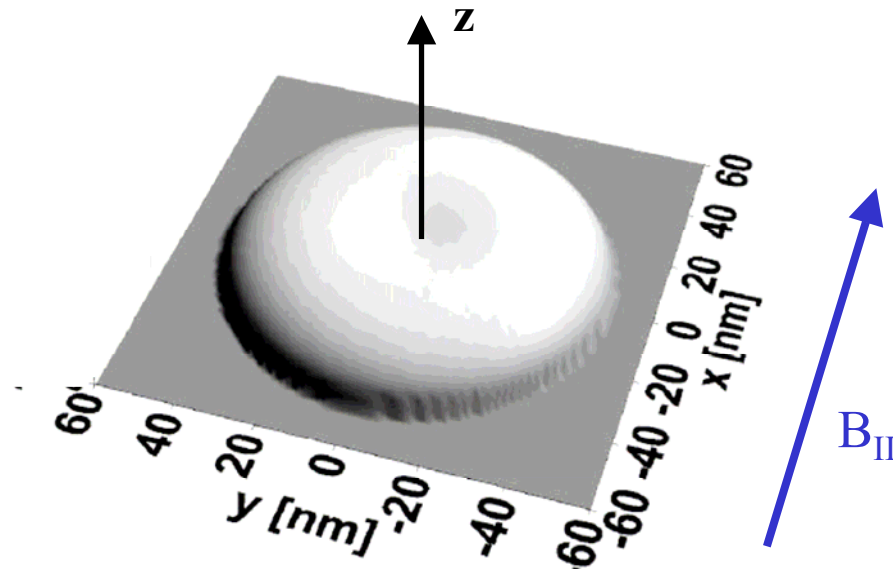
B. Szafran,<sup>1,2</sup> F. M. Peeters,<sup>1,\*</sup> S. Bednarek,<sup>2</sup> and J. Adamowski<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departement Fysica, Universiteit Antwerpen, (Campus Drie Eiken), B-2610 Antwerpen, Belgium

<sup>2</sup>Faculty of Physics and Nuclear Techniques, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

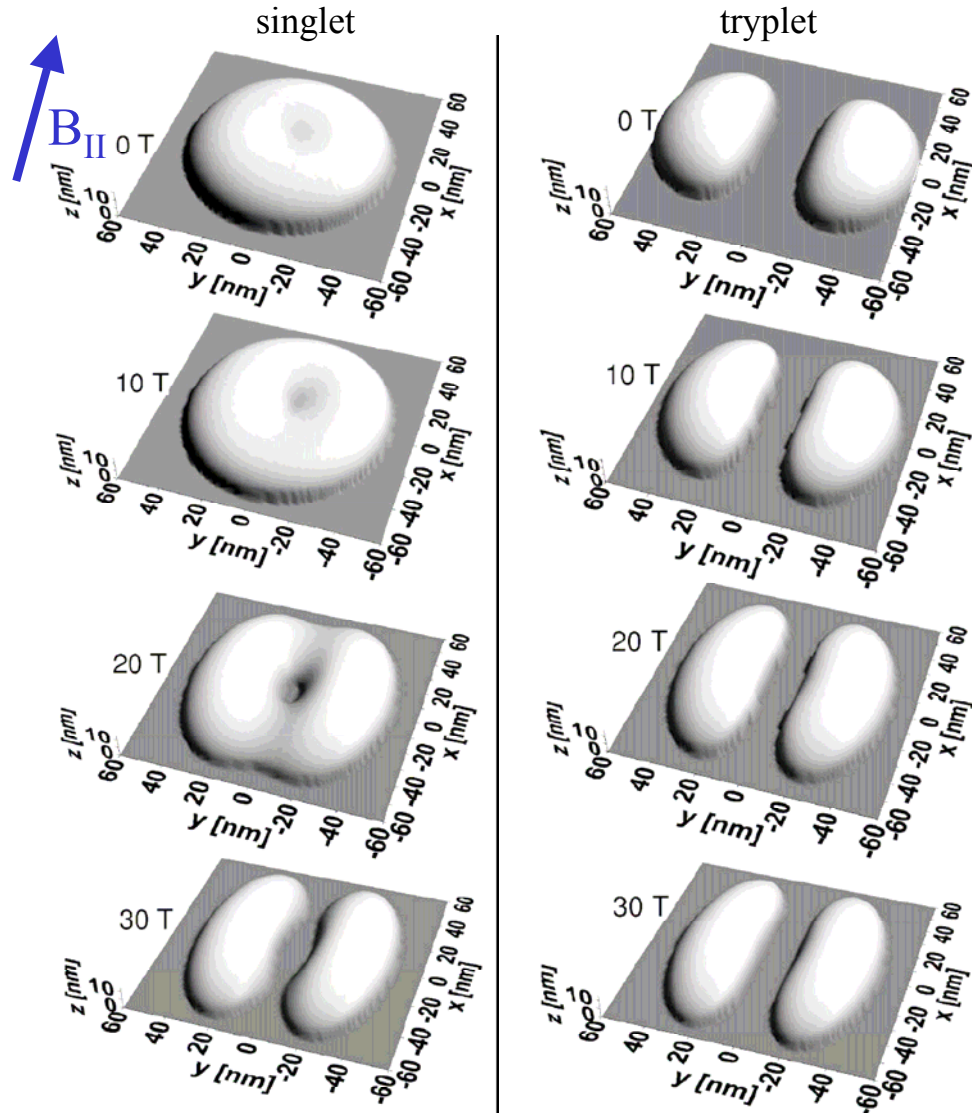
(Received 21 June 2004; revised manuscript received 31 August 2004; published 23 December 2004)

symetria obrotowa wokół osi z  $\hbar\omega_x = \hbar\omega_y = 3$  meV  
silnie uwięzienie w z  $\hbar\omega_z = 12$  meV,  
pole  $B \parallel x$  – łamiące symetrię obrotową wokół  
osi z

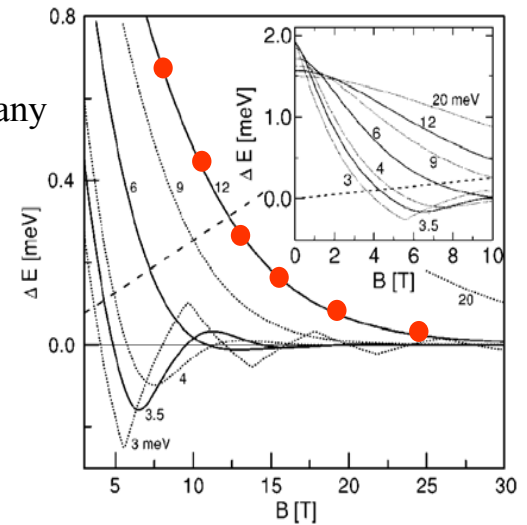


## Jak $B_{\parallel}$ modyfikuje gęstość ładunku

$\hbar\omega_x = \hbar\omega_y = 3 \text{ meV}$ ,  $\hbar\omega_z = 12 \text{ meV}$ , Pole  $B \parallel x$

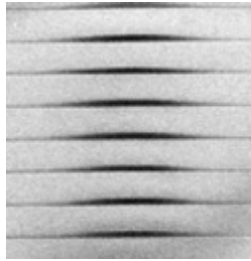


E. wymiany



**Krystalizacja wignerowska: wyspy ładunku wydłużone w kierunku pola, degeneracja energii orbitalnych singlet-triplet**

# Skorelowana lokalizacja elektronów i dziur w sprzężonych pionowo kropkach



„Stosy” samorosnących kropek kwantowych InGaAs/GaAs  
Fafard, Applied Physics Letters, 76, 2268 (2000).

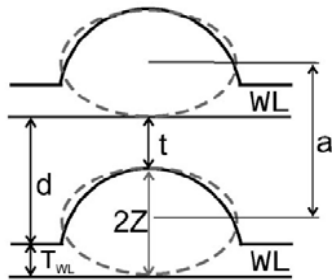
PHYSICAL REVIEW B, VOLUME 64, 125301

## Parity symmetry and energy spectrum of excitons in coupled self-assembled quantum dots

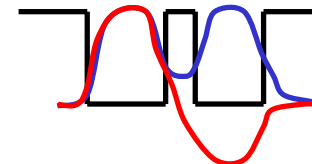
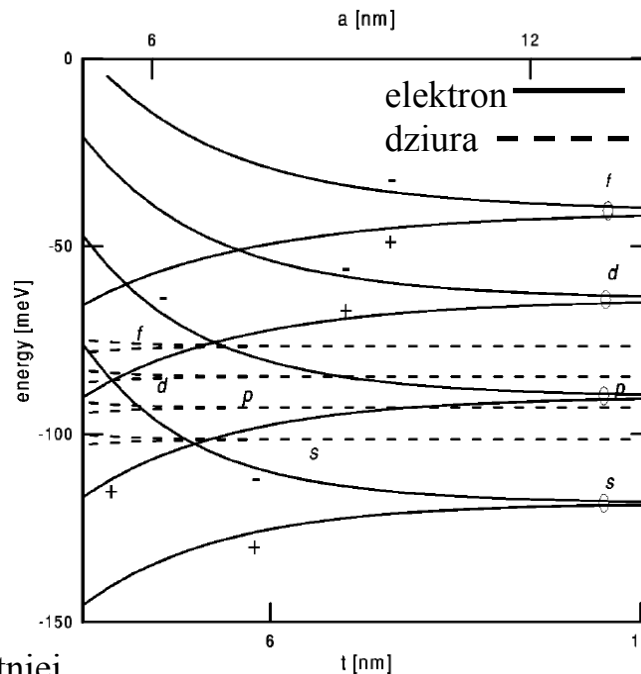
B. Szafran,\* S. Bednarek, and J. Adamowski

Faculty of Physics and Nuclear Techniques, University of Mining and Metallurgy (AGH), Cracow, Poland

(Received 22 November 2000; published 5 September 2001)



Idealnie symetryczny model struktury



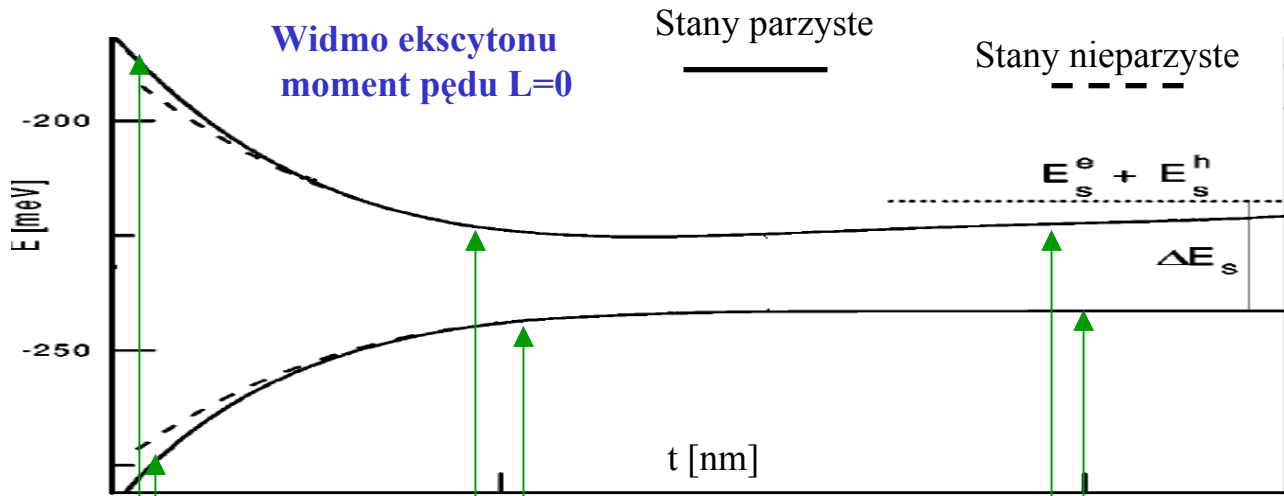
**+ orb. wiązący**  
**- orb. antywiązący**

**Degeneracje w słabym sprzężeniu:**

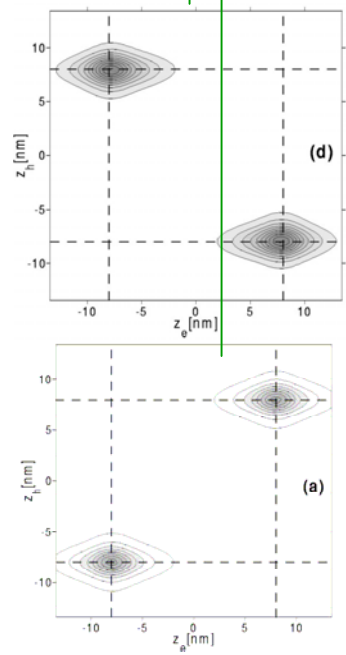
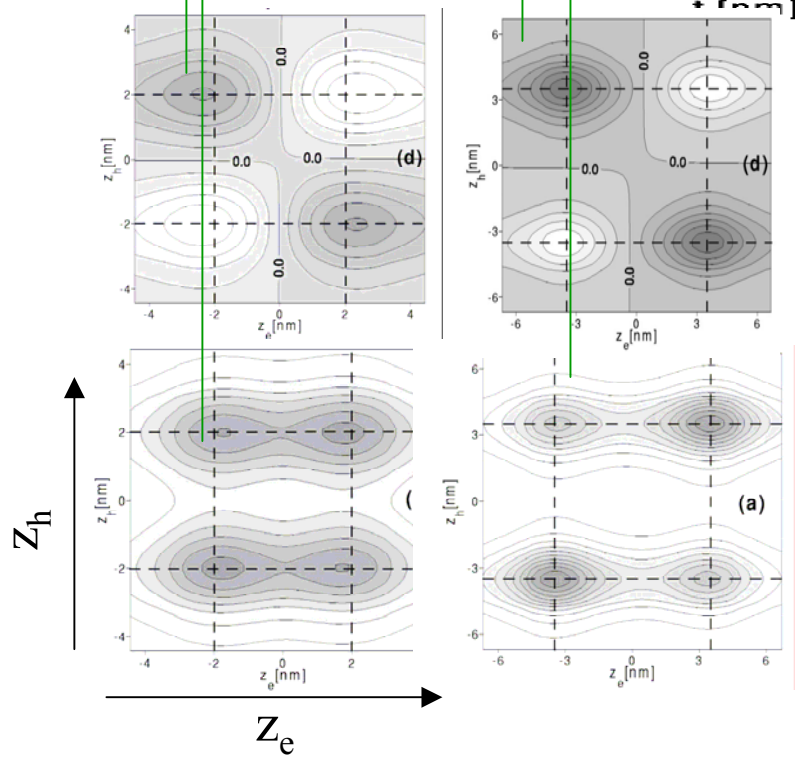
Korelacje przestrzenne w *jednej* samozorganizowanej kropce niewielkie. Dla *pary* kropek jednak – wprost przeciwnie.

Elektron tworzy orbitale „kowalencyjne” znacznie chętniej niż dziura





Nie schodzą do zera,  
 lecz rozszczepienie  
 - energia oddziaływania  
 elektron-dziura



Brak sprzężenia  
 tunelowego

Szafran, Bednarek, Adamowski  
 PRB 64, 125301 (2001)

**Oddziaływanie elektron-dziura prowadzi do pojawienia się stanów „ciemnych” z których rekombinacja jest zabroniona nie przez symetrię tylko przez rozdzielenie przestrzenne elektronu i dziury**

Przybliżona parzystość  
 jednocząstkowa

# Stany ciemne i jasne mieszane polem elektrycznym

PHYSICAL REVIEW B 71, 205316 (2005)

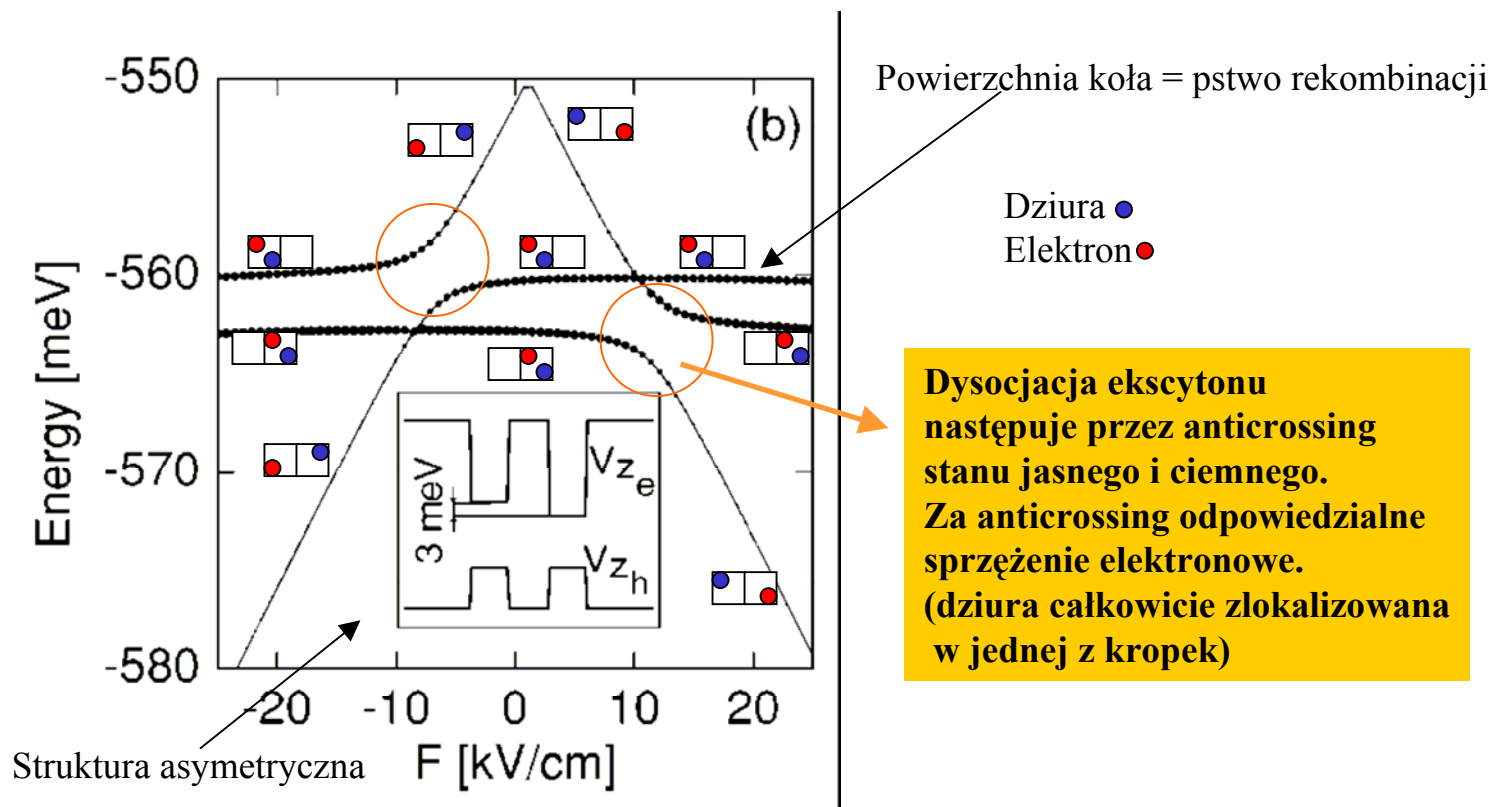
## Exciton and negative trion dissociation by an external electric field in vertically coupled quantum dots

B. Szafran,<sup>1,2</sup> T. Chwiej,<sup>1,2</sup> F. M. Peeters,<sup>1</sup> S. Bednarek,<sup>2</sup> J. Adamowski,<sup>2</sup> and B. Partoens<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departement Fysica, Universiteit Antwerpen (Campus Drie Eiken), Universiteitsplein 1, B-2610 Antwerpen, Belgium

<sup>2</sup>Faculty of Physics and Applied Computer Science, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

(Received 27 July 2004; revised manuscript received 15 November 2004; published 26 May 2005)





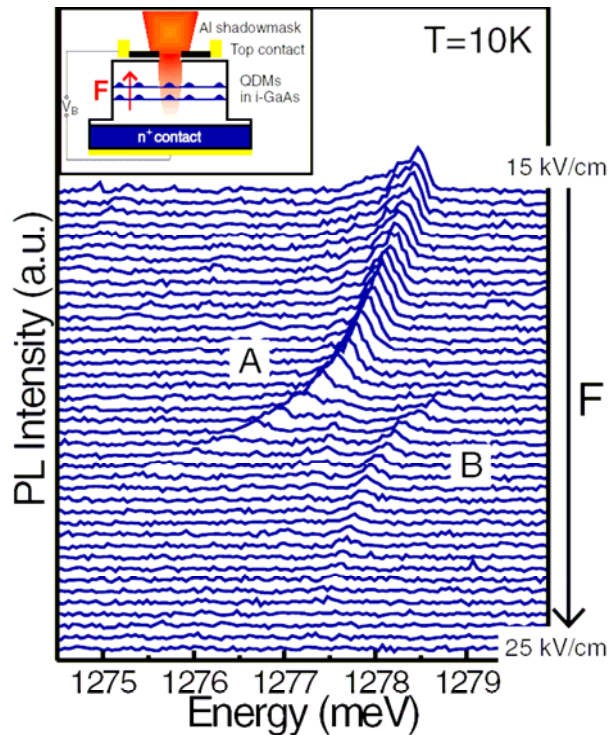
### Exciton and negative trion dissociation by an external electric field in vertically coupled quantum dots

B. Szafran,<sup>1,2</sup> T. Chwiej,<sup>1,2</sup> F. M. Peeters,<sup>1</sup> S. Bednarek,<sup>2</sup> J. Adamowski,<sup>2</sup> and B. Partoens<sup>1</sup>

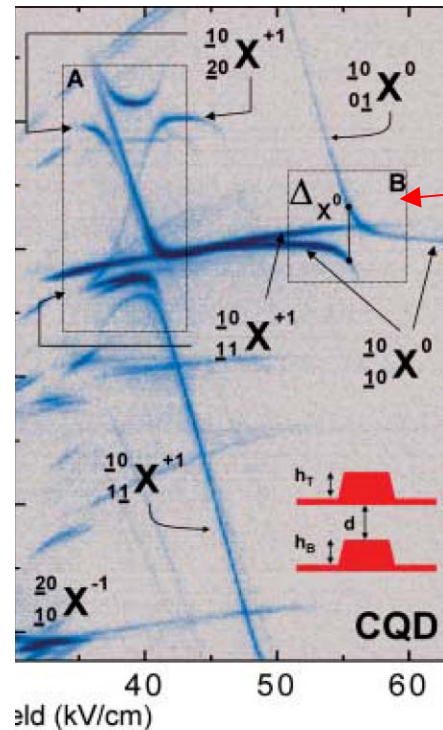
<sup>1</sup>Departement Fysica, Universiteit Antwerpen (Campus Drie Eiken), Universiteitsplein 1, B-2610 Antwerpen, Belgium

<sup>2</sup>Faculty of Physics and Applied Computer Science, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

(Received 27 July 2004; revised manuscript received 15 November 2004; published 26 May 2005)



Krenner PRL 94 057402 (2005)  
wysłany październik 2004



Dysocjacja  
przez anticrossing  
jasny / ciemny  
w eksperymentach

Stinaff, Science 311 636 (2006)

## Wnioski z przedstawionych wyników

**Efekty korelacyjne silne gdy oddziaływanie  $\gg \Delta E$  między poziomami jednocząstkowymi (kropki rozległe, silne pola magnetyczne, słabe sprzężenie tunelowe między kropkami podwójnymi).**

**Skorelowanie nośników  $\rightarrow$  widoczne w eksperymencie ładowania kropek kolejnymi elektronami.**

**W zakresie ułamkowego efektu Halla:**

- 1) Krystalizacja wignerowska na wyspy jednoelektronowe jeśli symetria zewnętrznego potencjału na to pozwala.**
- 2) Gdy symetria nie pozwala: układ zazwyczaj reaguje na zewnętrzne zaburzenie jak ciecz elektronowa, a tylko niekiedy (transformacje symetrii) jak kryształ elektronowy.**

**Oddziaływanie elektron-dziura  $\rightarrow$  stany jasne i ciemne ekscytonu w podwójnych kropkach.**

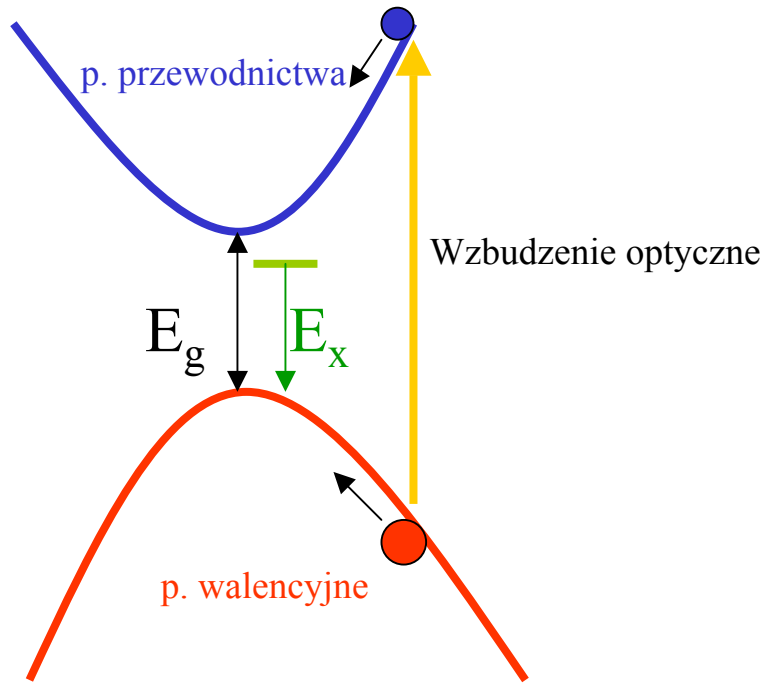
## **Podziękowania**

Współautorzy publikacji po doktoracie:

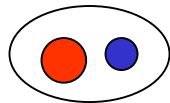
Janusz Adamowski, Egidijus Anisimovas, Stanisław Bednarek,  
Tomasz Chwiej, Marcin Ciurla, Ismail Essaoudi, Artur Kwaśniowski ,  
Krzysztof Lis, Francois Peeters, Bart Partoens, Tomasz Prus ,  
Przemysław Sep, Bernard Stébé, Tomasz Stopa, Maarten Tavernier



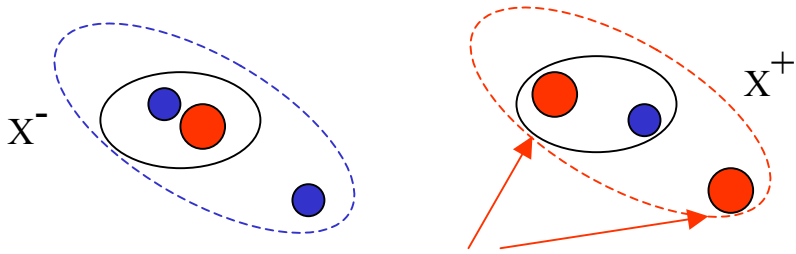
# Fotoluminescencja i triony ekscytonowe



Ekscyton (X) – związana para elektron dziura



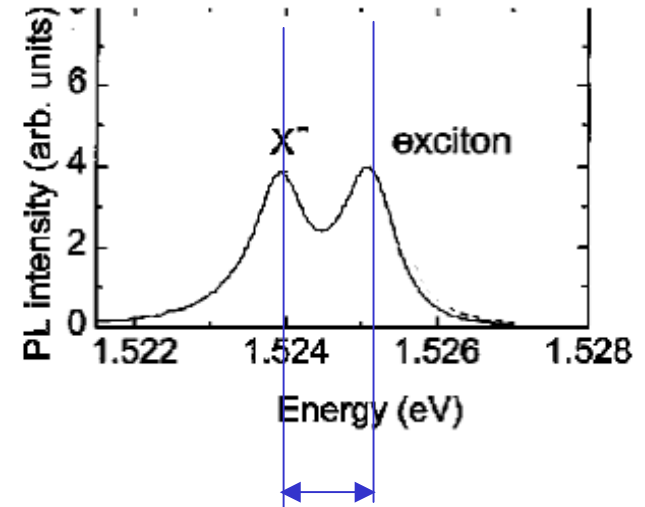
X może przegrupować ładunek tak, żeby związać dodatkowy nośnik tworząc trion ekscytonowy:



silnie skorelowane (bardzo się muszą unikać, żeby układ się związał)

Widmo fotoluminescencji dwuwymiarowej studni GaAs/AlAs

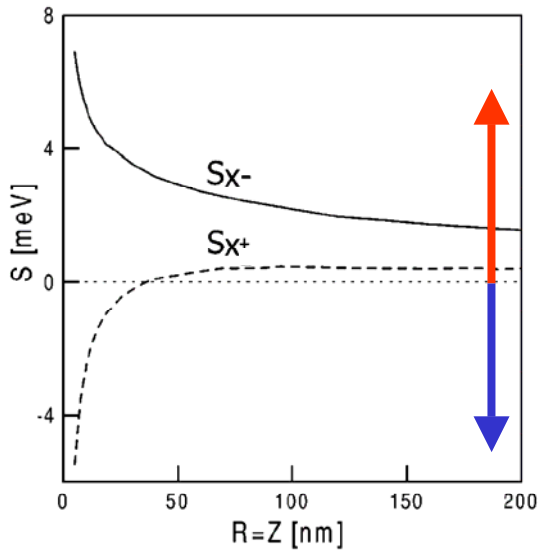
Finkelstein PRB 59 R10425 (1999)



Energia wiązania  $X^-$

**W studniach triony zawsze przesunięte ku czerwieni względem X w widmie PL (w przeciwnym wypadku nie byłyby związane)**

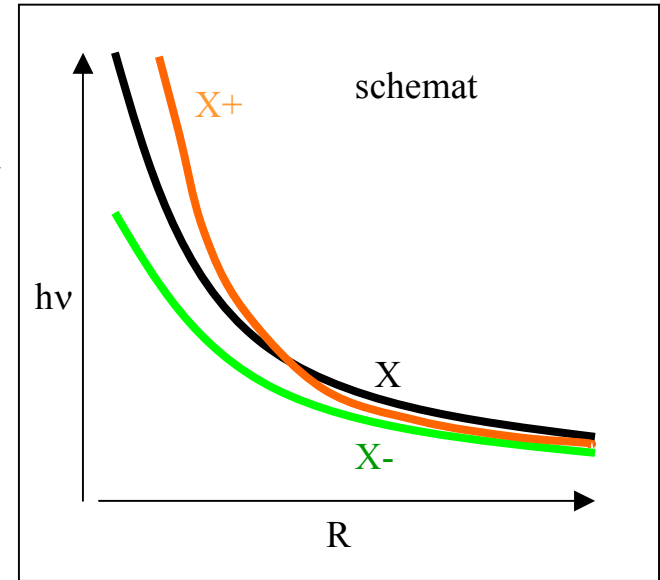
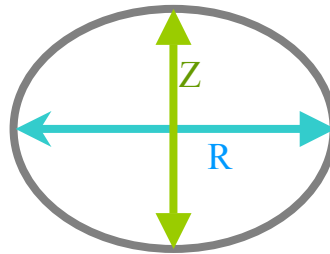
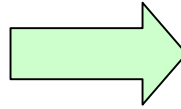
# Przesunięcie linii trionów względem X w kropkach kwantowych:



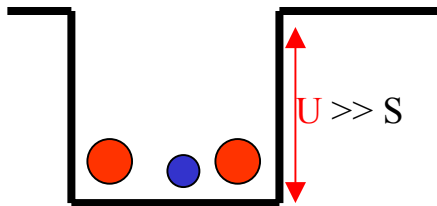
$$S_{X^-} = h\nu(X) - h\nu(X^-)$$

$$h\nu(X) = E(X)$$

$$h\nu(X^-) = E(X^-) - E(e)$$

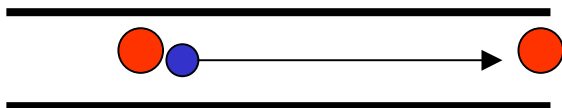


silne uwięzienie  
 $X^+$  przesunięty ku fioletowi względem X !



$X^+$  w kropce

(to się zdarzyć może tylko w kropce kwantowej:  
 w 2D studni jedna z dziur uciełaby)



J. Phys.: Condens. Matter **12** (2000) 2453–2459. Printed in the UK

## Recombination energy for excitonic trions in quantum dots

B Szafran<sup>†‡</sup>, B Stébé<sup>†</sup>, J Adamowski<sup>‡</sup> and S Bednarek<sup>‡</sup>

PHYSICAL REVIEW B **66**, 165331 (2002)

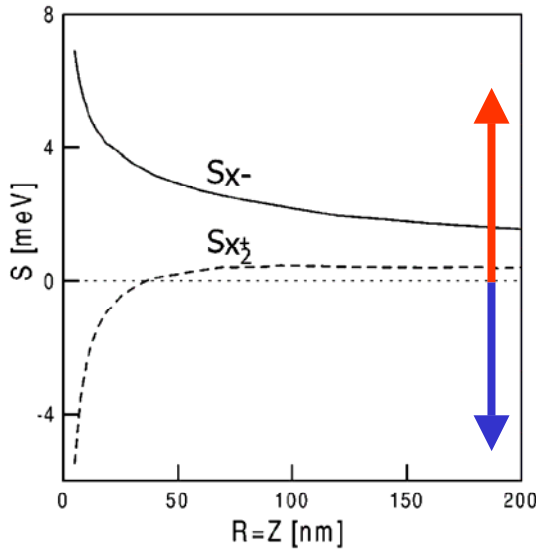
## Excitonic trions in single and double quantum dots

B. Szafran,<sup>1,2,\*</sup> B. Stébé,<sup>1</sup> J. Adamowski,<sup>2</sup> and S. Bednarek<sup>2</sup>

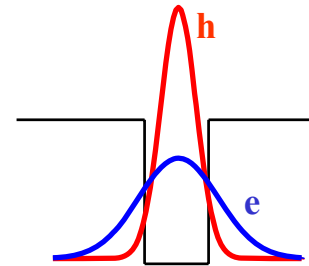
<sup>1</sup>Université de Metz, Institut de Physique et d'Electronique, 1 Boulevard Arago, 57070 Metz Cedex 6, France

<sup>2</sup>Faculty of Physics and Nuclear Techniques, University of Mining and Metallurgy (AGH), Kraków, Poland

(Received 5 June 2002; revised manuscript received 30 August 2002; published 31 October 2002)



w granicy silnego uwięzienia – stłumione korelacje międzycząstkowe:



$$S_{X^-} = V_{eh} - V_{ee}$$

$$S_{X_2^+} = V_{eh} - V_{hh}$$

$V_{eh}$ ,  $V_{ee}$ ,  $V_{hh}$  energie oddziaływania  
 elektron-dziura (eh) elektron-elektron (ee) dziura-dziura (hh)

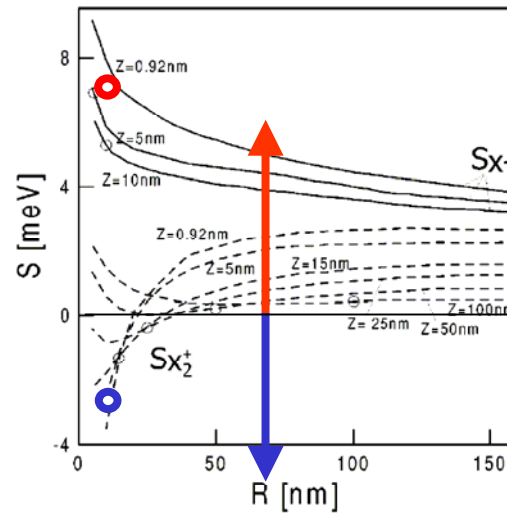
W GaAs dziura 10 razy cięższa od elektronu  
 - lokalizuje się znacznie silniej



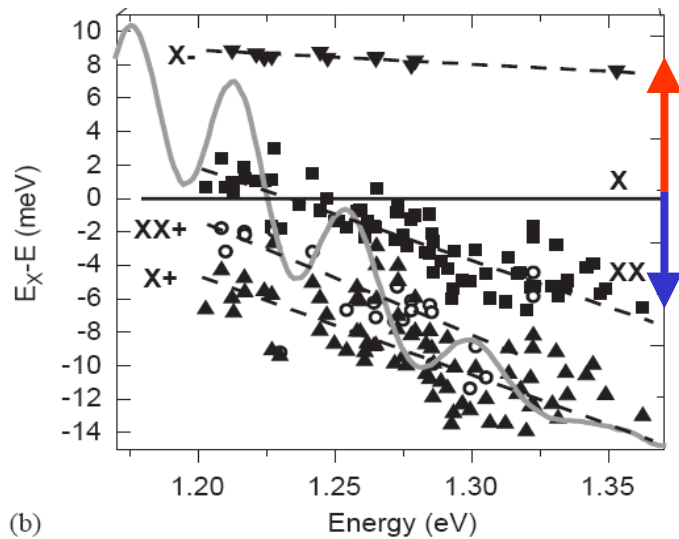
**Zmiana kolejności linii X/X+ efekt zniesienia korelacji przez silne uwięzienie: Przy silnym uwięzieniu nośniki większościowe nie mogą się sprawnie unikać.**

Silne uwięzienie  
- w kropkach samorganizowanych

**Kropki płaskie**  
(geometria samorganizowanych)  
typowe  $R=12$  nm,  $Z=1.25$  nm

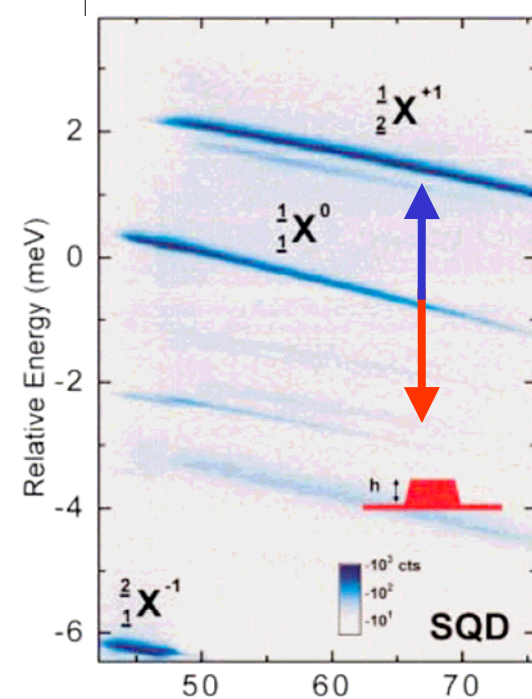


Szafran, Stébé, Adamowski, Bednarek  
- sferyczne 2000, cylindryczne 2002



(b)

Sygnal z *kilkuset* kropek samorganizowanych  
Guffarth, Physica E 25 (2004) 261



Pole elektryczne kV/cm

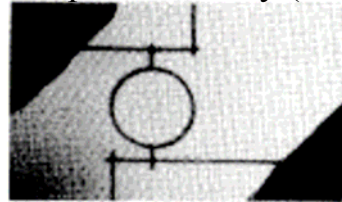
Pojedyncza kropka kwantowa  
Stinaff, Science 311 636 (2006)



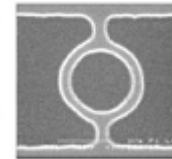
# Pierścienie kwantowe

Otwarte z wnętrzą potencjału – transport przez układy z uwięzionymi elektronami

Webb et al. PRL 54 2696 (1985)  
Przewodnik pierścieniowy (Au)



GaAs, AlAs, struktura trawiona



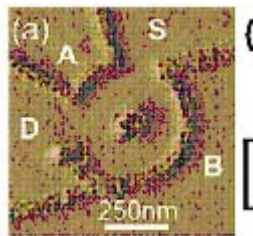
Pedersen PRB 61 5457 (2000)

Otwarte (transport)

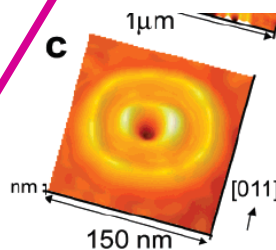
Pierścienie z oksydacji powierzchni nad 2DEG



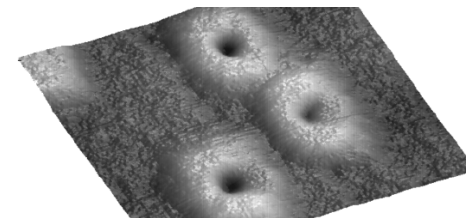
Fuhrer, Nature 413 822 (2001)



Keyser, PRL 90 196601 (2003)



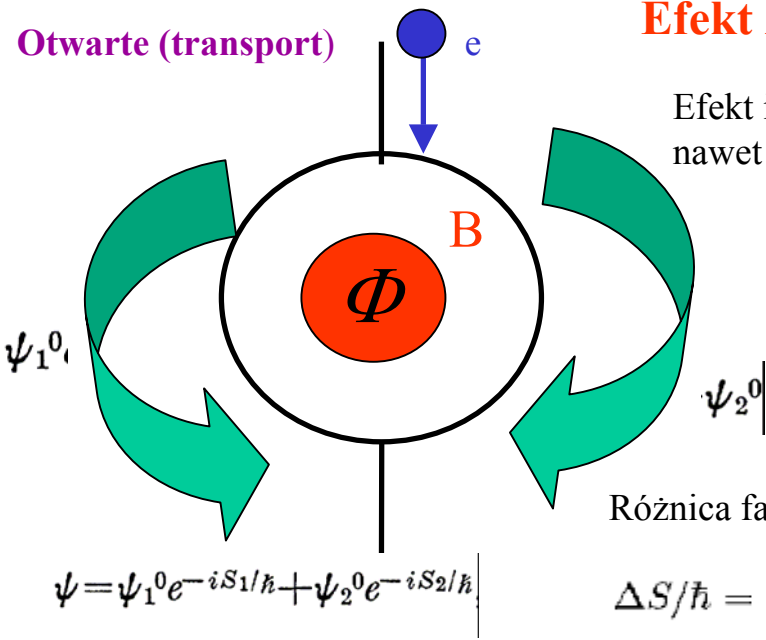
Zamknięte (stany związane)



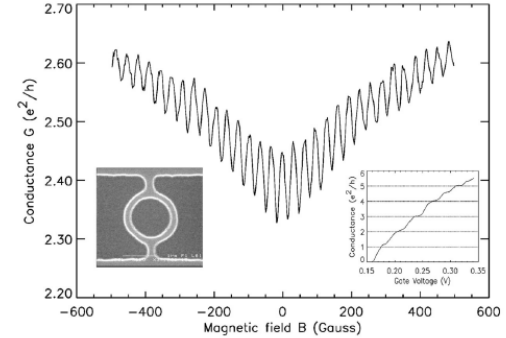
Samorosnące InAs/GaAs Lorke PRL 84 2223 (2000)

Podwójne GaAs/AlAs samorosnące pierścienie  
Mano Nano Letters 5 425 (2005)

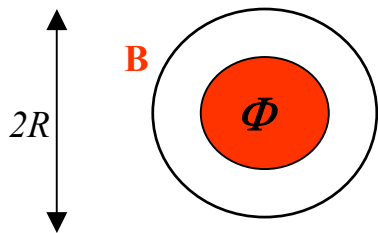
Otwarte (transport)



Przewodność pierścienia  
GaAs/AlAs w funkcji B



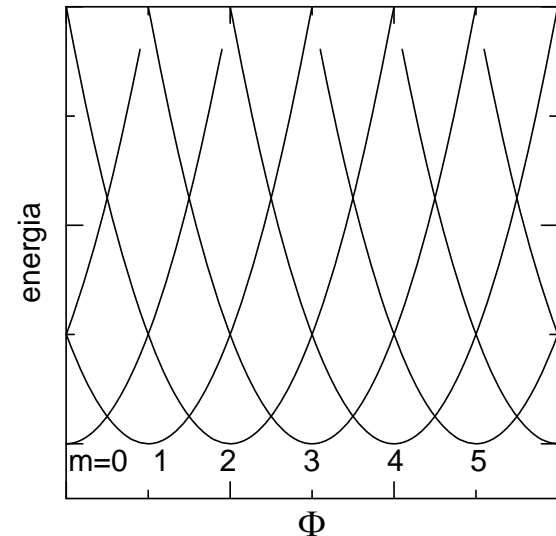
Zamknięte (stany związane)



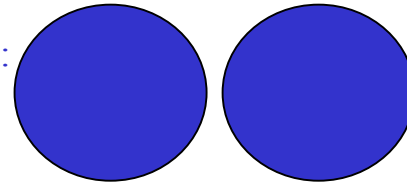
Moment pędu stanu podstawowego  
wzrasta o 1 co kwant strumienia, nawet  
gdy elektron nie dotyka pola B

Ściśle 1D:

$$E(l, \phi) = \frac{\hbar^2}{2m_e R^2} (l - \Phi/\Phi_0)^2$$

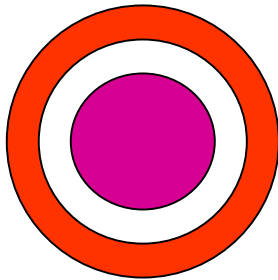


„Tradycyjna” konfiguracja kropek w sztucznych molekułach:

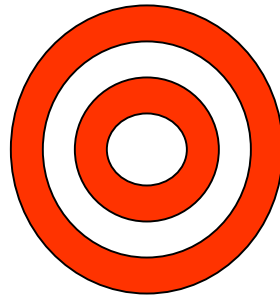


## Koncentryczne sztuczne molekuly

Kropka w pierścieniu



Podwójny pierścień



pierścienie mają skończoną szerokość,  
**B** jednorodne (również tam gdzie elektrony)

**A** – indukuje oscylacje Aharonova-Bohma

**B** =  $\nabla \times \mathbf{A}$ :

zmienia lokalizację elektronów  
w stanie podstawowym  
zmienia spin, zrywa  
sprzężenie tunelowe itd.

PHYSICAL REVIEW B 70, 125310 (2004)

### Electron spin and charge switching in a coupled quantum-dot–quantum ring system

B. Szafran,<sup>1,2</sup> F. M. Peeters,<sup>1</sup> and S. Bednarek<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departement Natuurkunde, Universiteit Antwerpen (Campus Drie Eiken), B-2610 Antwerpen, Belgium

<sup>2</sup>Faculty of Physics and Nuclear Techniques, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

(Received 12 March 2004; revised manuscript received 20 May 2004; published 17 September 2004)

PHYSICAL REVIEW B 72, 155316 (2005)

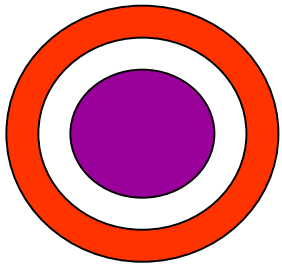
### Few-electron eigenstates of concentric double quantum rings

B. Szafran<sup>1,2</sup> and F. M. Peeters<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Departement Fysica, Universiteit Antwerpen, Groenenborgerlaan 171, B-2020 Antwerpen, Belgium

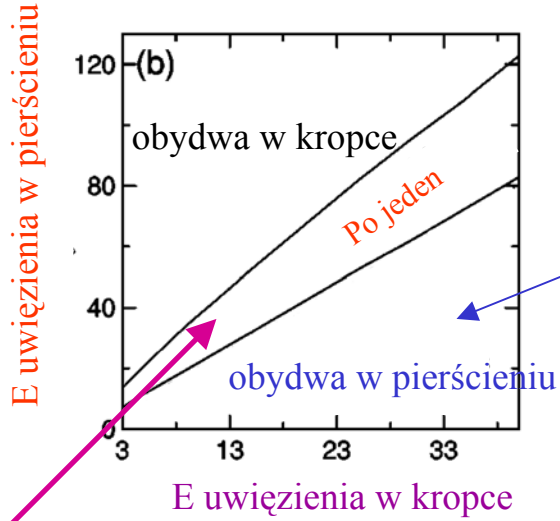
<sup>2</sup>Faculty of Physics and Applied Computer Science, AGH University of Science and Technology, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland

(Received 27 June 2005; revised manuscript received 26 August 2005; published 19 October 2005)



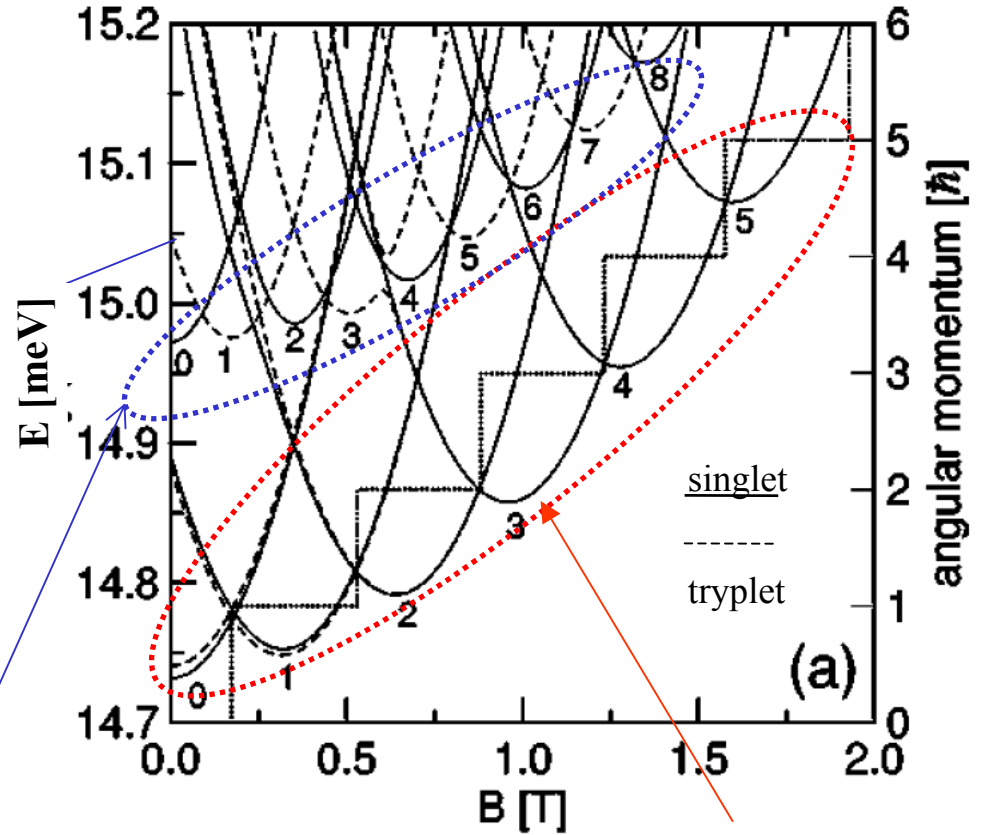
# Widmo energii N=2

N=2, obsadzenie układu przez elektrony



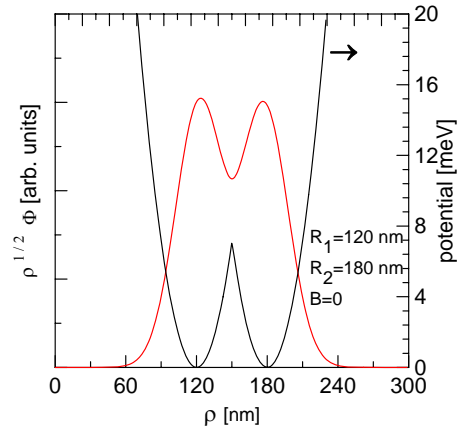
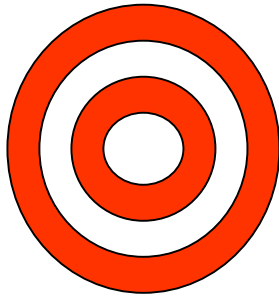
potencjalny zakres pracy spinowej bramki logicznej. (istnieje dzięki oddziaływaniu kulombowskiemu)

Obydwa elektrony oscylują: ułamkowy okres AB ( $\Phi/2$ )



*Elektron w pierścieniu podlega oscylacjom Aharonova-Bohma gdy moment pędu przekroczy 2 znika rozszczepienie singlet-triplet*

## Podwójny pierścień

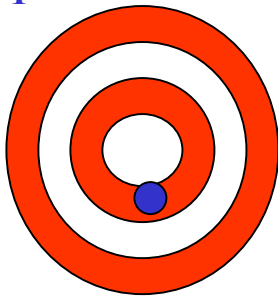


Funkcja falowa stanu podstawowego dla  $N=1$ ,  $B=0$

Każdy z pierścieni ma własny okres oscylacji ( $B=h/eR^2$ ) Aharonova-Bohma co stanie się gdy włączyć pole ?

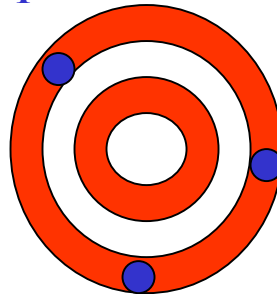
## granica wysokiego B

$N=1$

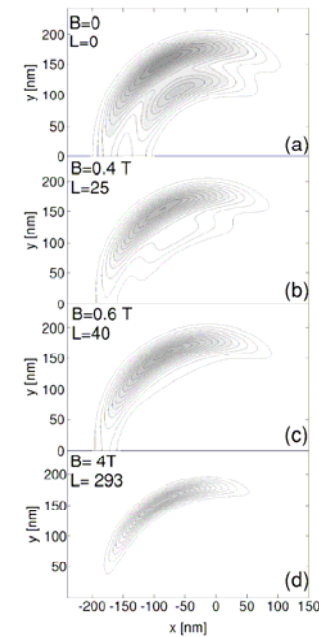


Obsadzony środkowy („ciśnienie magnetyczne”)

$N>1$



Obsadzony zewnętrzny (oddziaływanie kulombowskie)



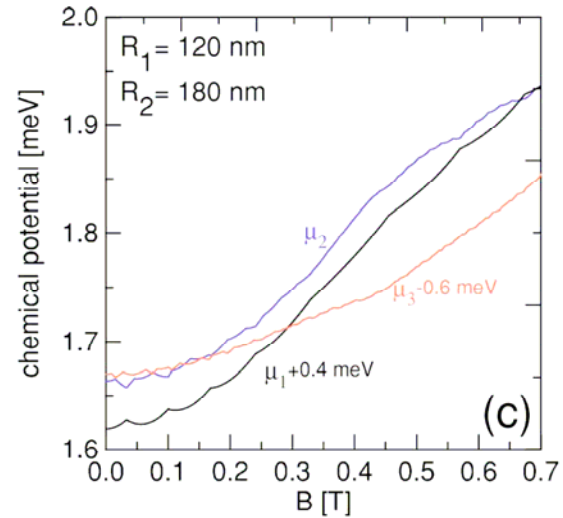
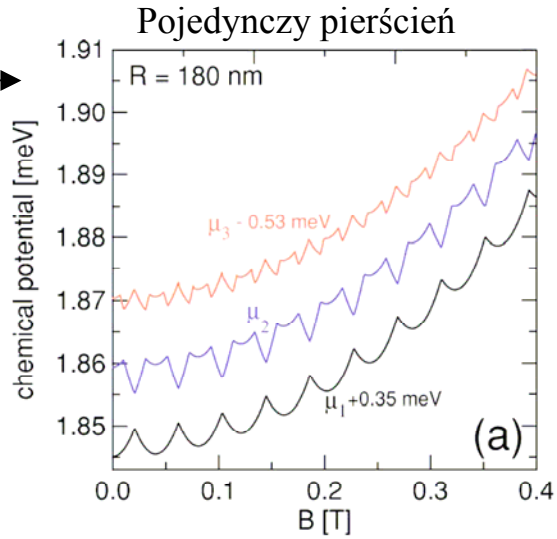
Funkcja korelacji par



## Problem eksperymentalnej detekcji rozkładu ładunku w pomiarach ładowania kropki:

Wzór załamów potencjałów chemicznych informuje o rozkładzie elektronów między pierścieniami

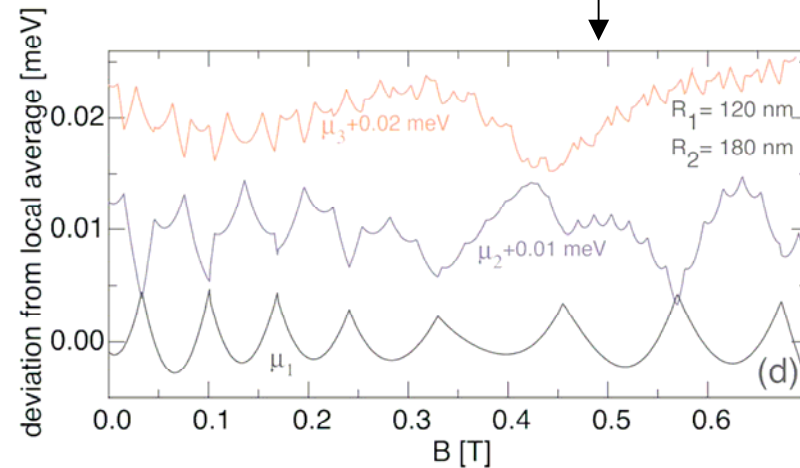
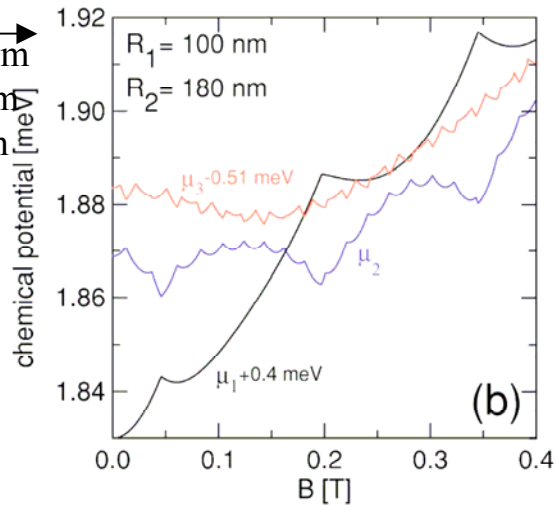
Ułamkowy okres  $\Phi_0/N$



Pole zrywa wiązanie lokalizując 1e w wewnętrznym 2e oraz 3e w zewnętrznym

Po odjęciu lokalnej średniej

1e w wewnętrznym  
2e w zewnętrznym  
3e w zewnętrznym



Jeden pierścień (jak (a))      tutaj: jak (b)