

Modelowanie na obrzeżach dysonansu poznawczego

Małgorzata J. Krawczyk, Zdzisław Burda, Krzysztof Kułakowski

Wydział
Fizyki i Informatyki
Stosowanej



21 stycznia 2022

- 1. Dysonans poznawczy**
- 2. Dysonans w relacjach międzyludzkich**
- 3. Modelowanie usuwania dysonansu – algorytmy**
4. Ewolucja grafu pełnego – cykle
5. Cykle „doskonałe”
 - definicja i własności
 - rola permutacji
6. Relacje między przekonaniemami

1. Dysonans poznawczy
2. Dysonans w relacjach międzyludzkich
3. Modelowanie usuwania dysonansu – algorytmy
- 4. Ewolucja grafu pełnego – cykle**
- 5. Cykle „doskonałe”**
 - definicja i własności
 - rola permutacji
6. Relacje między przekonaniem

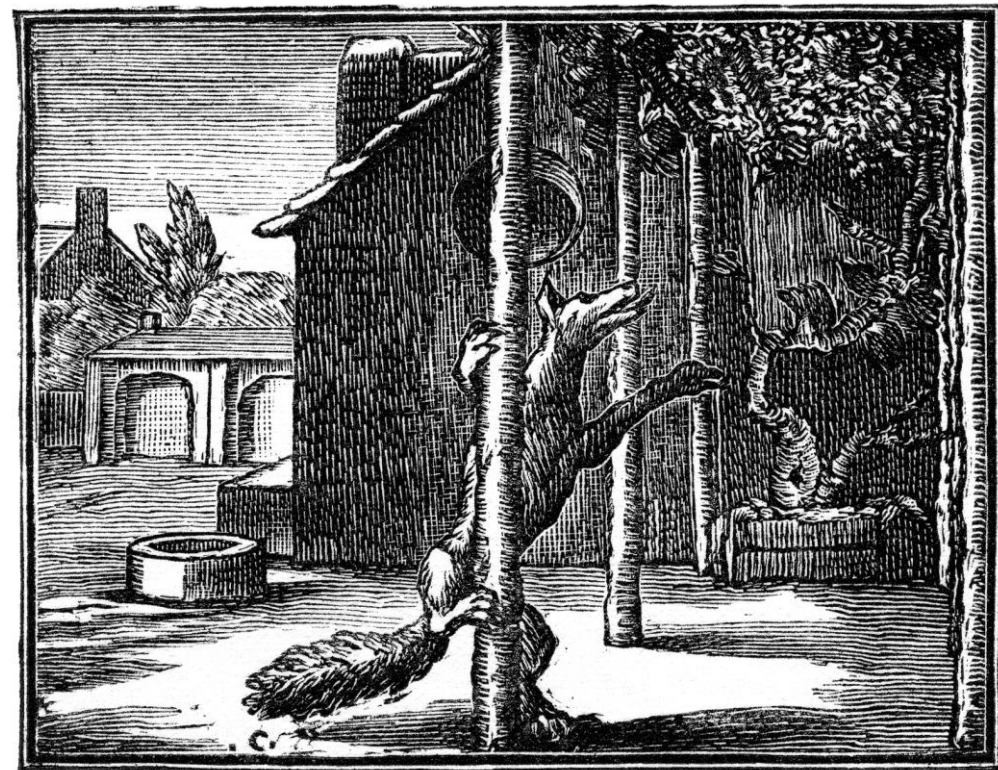
1. Dysonans poznawczy
2. Dysonans w relacjach międzyludzkich
3. Modelowanie usuwania dysonansu – algorytmy
4. Ewolucja grafu pełnego – cykle
5. Cykle „doskonałe”
 - definicja i własności
 - rola permutacji
- 6. Relacje między przekonaniem**

Lis i winogrona

*Lis pewien, łgarz i filut, wychudły, zgłodniały,
Zobaczył winogrona rosnące wysoko.*

*Owoc, przejrzystą okryty powłoką,
Zdał się lisowi dojrział.*

*Więc rad z uczy, wyteżył swoją chudą postać,
Skoczył, sięgnął, lecz nie mógł do jagód się dostać.
Wprędce przeto zaniechał daremnych podskoków
I rzekł: „Kwaśne, zielone, dobre dla żartoków”.*



[Ezop, La Fontaine]

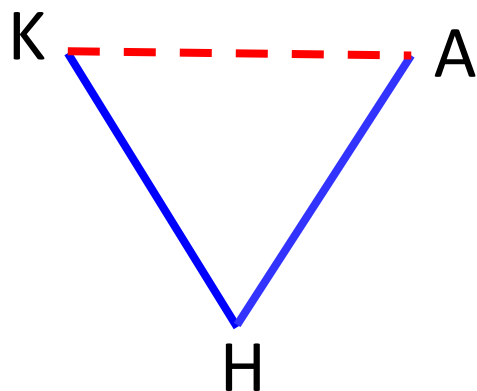
Strategie zmniejszenia dysonansu poznawczego:

- **zmiana nastawienia** („...są jeszcze zielone...”)
- **rozproszenie uwagi, zapomnienie** („...no tak, ale co z tym stekiem?”)
- **trywializacja i samopotwierdzenie** („...na pewno miałem trochę racji...”)
- **odrzuć odpowiedzialności** („...nie można wpuścić wszystkich...”)
- **dodanie wspierających argumentów** („...a ja czytałem na sieci...”)
- **zmiana zachowania** (np. po napisaniu zadanego eseju o szkodliwości ściągania)
- **uzasadnianie *ex post*** („...nie zaszczepiłem się i nie zachorowałem...”)

[April McGrath, *Social and Personality Psychology Compass* 11 (2017) e12362]

Dysonans poznawczy w relacjach między ludźmi

- Wróg mojego wroga jest moim wrogiem
- Przyjaciel mojego przyjaciela
jest moim wrogiem
- Wróg mojego przyjaciela
jest moim przyjacielem
- Przyjaciel mojego wroga
jest moim przyjacielem



Dysonans usunięty, jeżeli

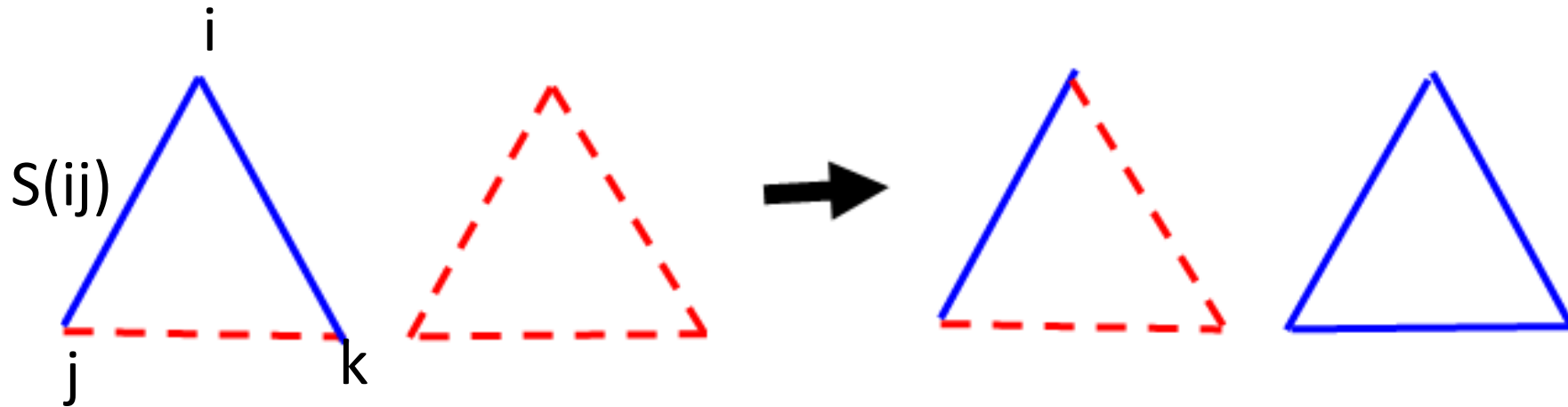
- przyjaciel mojego przyjaciela jest moim przyjacielem
- wróg mojego przyjaciela jest moim wrogiem
- przyjaciel mojego wroga jest moim wrogiem
- wróg mojego wroga jest moim przyjacielem *

$$(+1)(+1)(+1) > 0$$

$$(-1)(+1)(-1) > 0$$

$$(+1)(-1)(-1) > 0$$

$$(-1)(-1)(+1) > 0$$



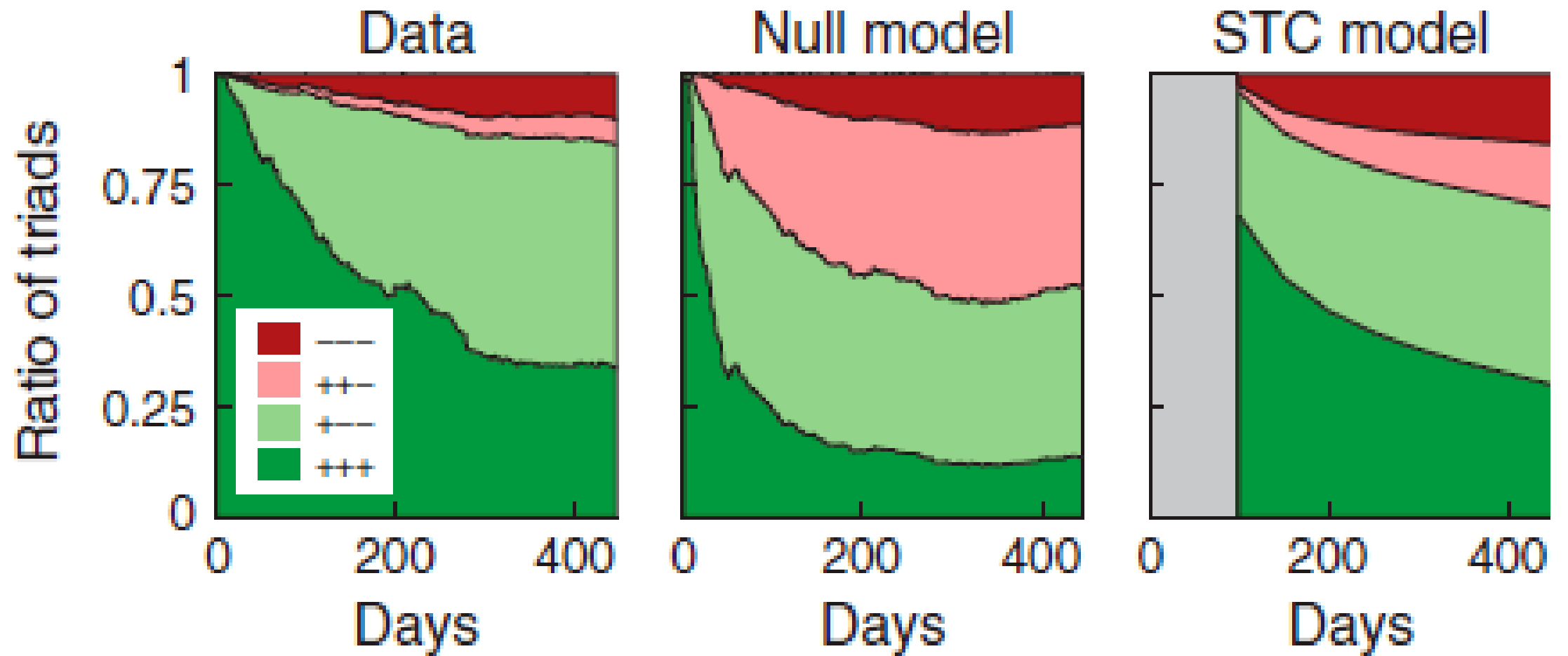
$$S_{ij} S_{jk} S_{ki} < 0$$

relacje z dysonansem

$$S_{ij} S_{jk} S_{ki} > 0$$

relacje bez dysonansu

*Chakanaya,
400 BC



[M. Szell, R. Lambiotte, S Thurner, PNAS 107 (2010) 13636]

Tw. Dla wszystkich trójkątów (ijk) w grafie zupełnym $s(ij)s(jk)s(ki) > 0$ w.t.w. gdy graf jest podzielony na dwie części takie, że wszystkie wiązania wewnątrz każdej części są dodatnie, a wszystkie wiązania między częściami – ujemne.

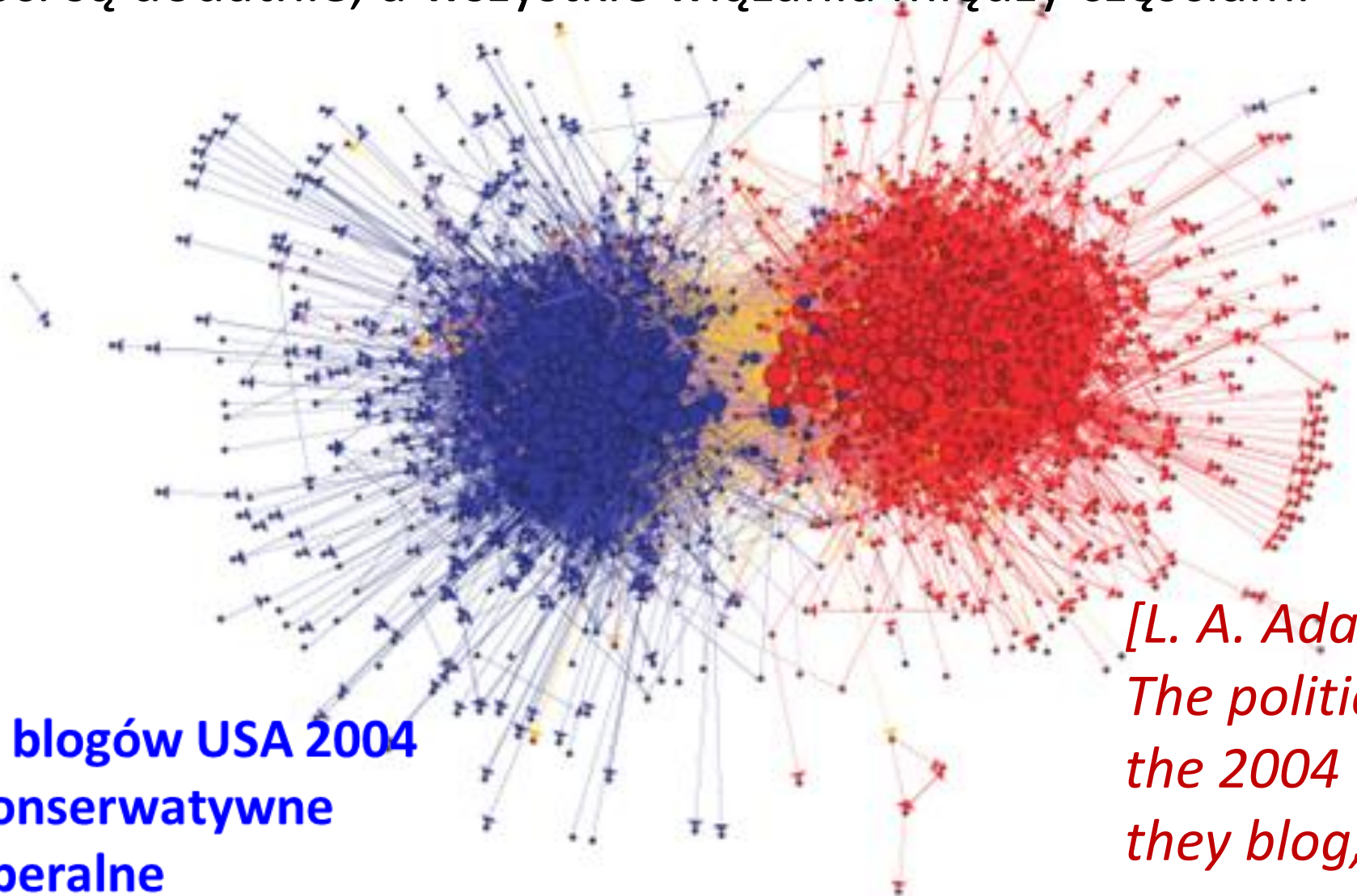
*[D. Cartwright,
F. Harary,
Psych. Rev.
63 (1956) 277]*

Sieć blogów USA 2004

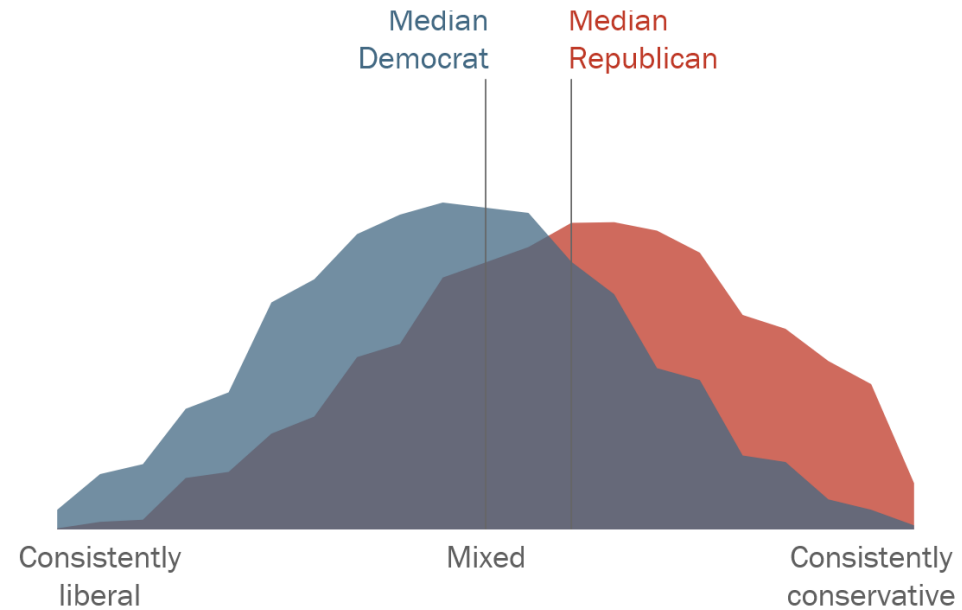
* konserwatywne

* liberalne

*[L. A. Adamic, N. Glance,
The political blogosphere and
the 2004 U.S. election: divided
they blog, LINKDD 2005]*

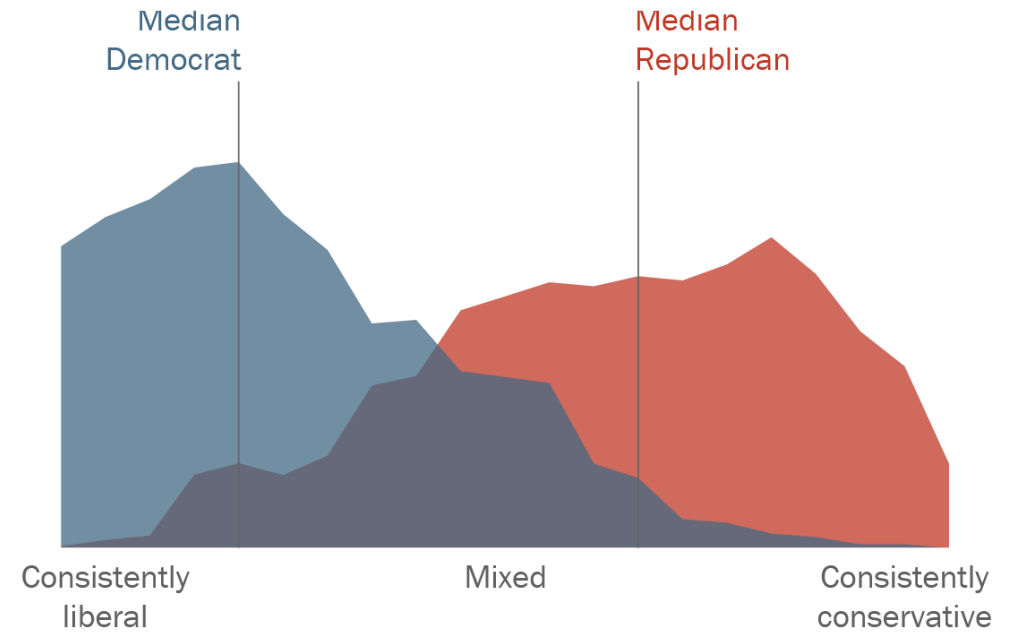


1994



Source: Surveys conducted in 1994, 1999, 2004, 2011, 2015 and 2017.

2017



Source: Surveys conducted in 1994, 1999, 2004, 2011, 2015 and 2017.

www.pewresearch.org/politics/interactives/political-polarization-1994-2017/

Reactive devaluation of an "Israeli" vs. "Palestinian" peace proposal

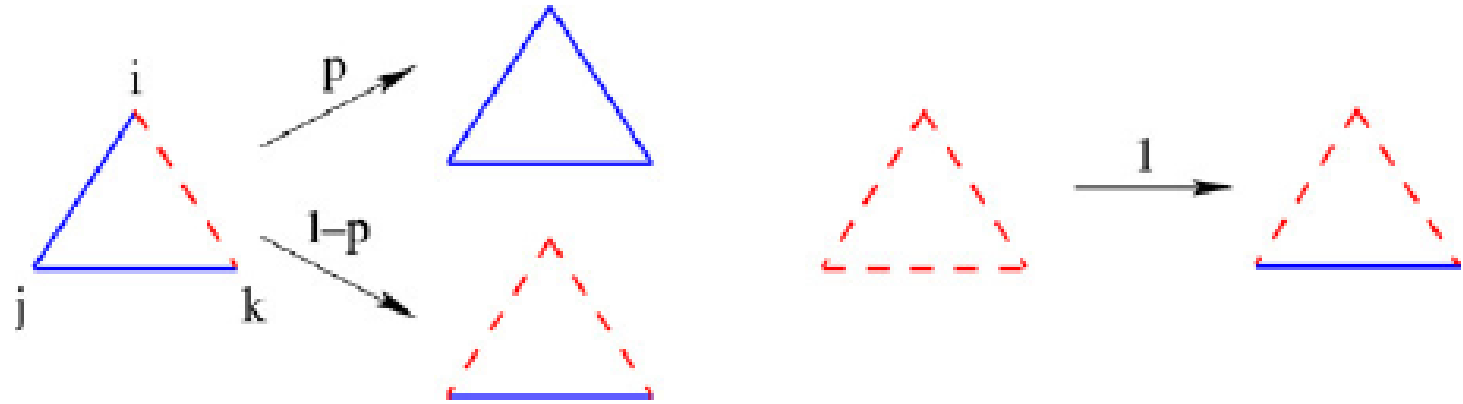
Maoz, IFat; Ward, Andrew; Katz, Michael; Lee, Ross

The Journal of Conflict Resolution; Aug 2002; 46, 4; ProQuest

pg. 515

Algorytmy Monte Carlo prowadzące do usunięcia dysonansu

„Local
Triad
Dynamics”



„Constrained
Triad
Dynamics”

algorytm Metropolis, „energia”

$$U = - \sum_{i < j < k}^N s_{ij} s_{jk} s_{ki}$$

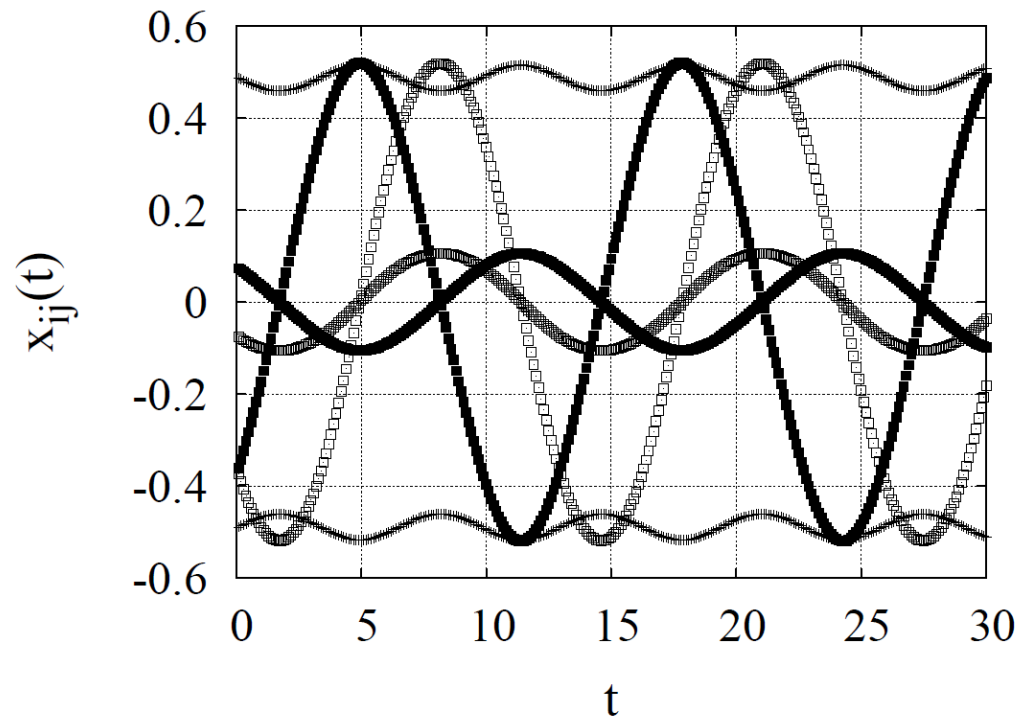
[T. Antal, P. Krapivsky, S. Redner, PRE 72 (2005) 036121]

Algorytmy deterministyczne prowadzące do usunięcia dysonansu

$$\frac{ds_{ij}}{dt} = (1 - x_{ij}^2) \sum_k s_{jk} s_{ki}$$

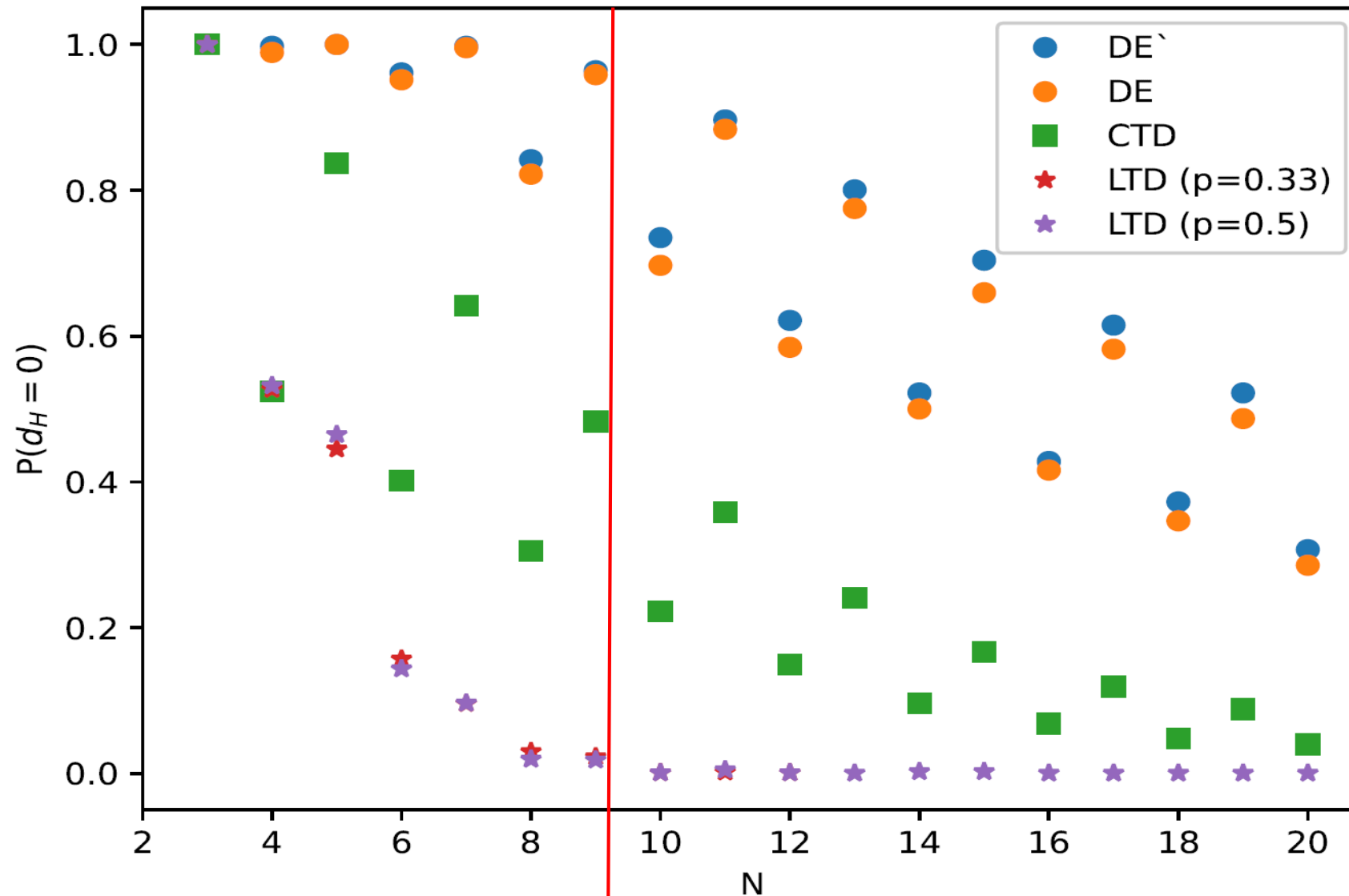
K.K., P. Gawroński, P. Gronek,
IJMPC 16 (2005) 707;

$$s_{ij} \neq s_{ji}$$



P. Gawroński, K.K.,
LNCS 4490 (2007) 43

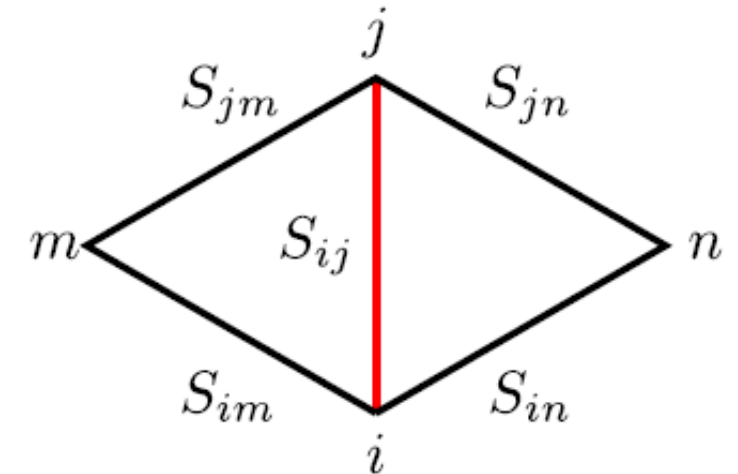
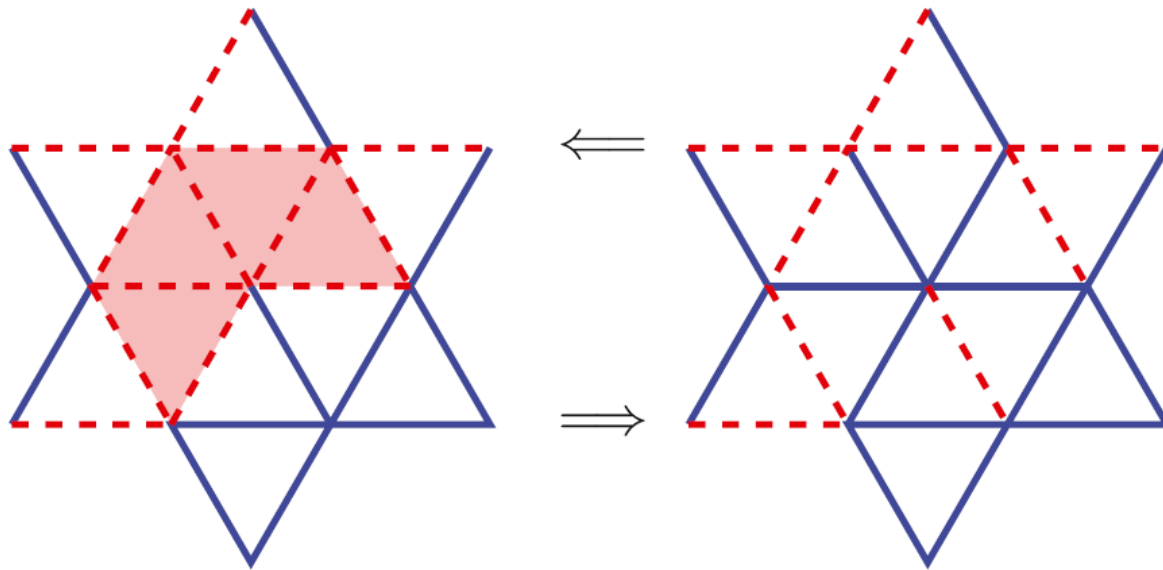
Prawdopodobieństwo, że algorytm daje stan w równowadze Heidera najbliższy początkowemu



[M. J. Krawczyk, KK, Entropy 23 (2021) 1418]

Algorytmy deterministyczne prowadzące do usunięcia dysonansu

$$s_{ij}(t+1) = \text{sign}[s_{ik}(t)s_{jk}(t) + s_{im}(t)s_{jm}(t)]$$



K. Malarz,
M. Wołoszyn, K.K.,
Physica D 411
(2020) 132506

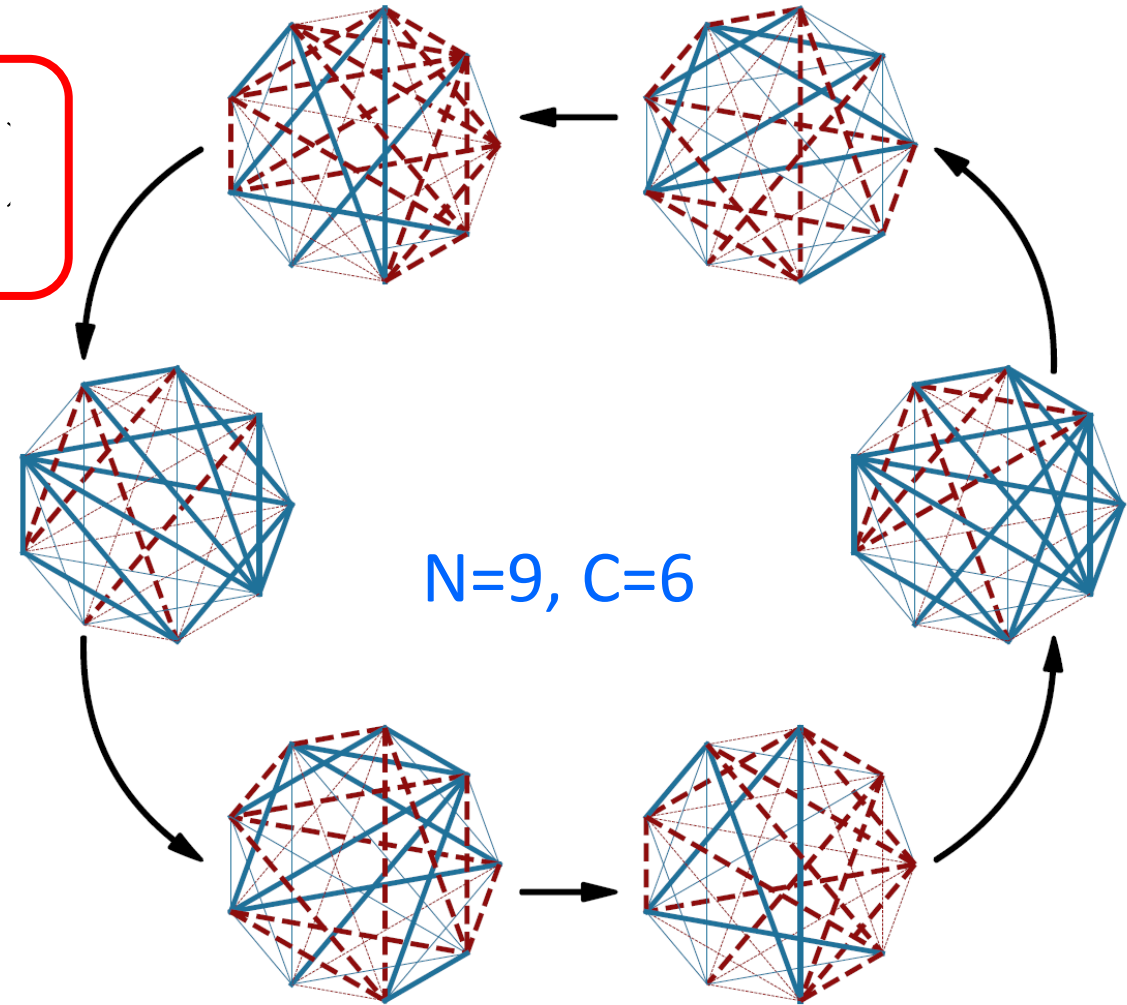
Tu: sumowanie po wszystkich węzłach

$$s_{ij}(t+1) = \text{sign} \sum_{k \neq i, j} s_{ik}(t) s_{jk}(t)$$

N	B	J	C
6	0.584	0.238	0.177
9	0.647	0.015	0.338
20	0.946	0.045	0.009
100	0.947	0.051	0.003

$$N = 9; \quad 2^{N(N-1)/2} \approx 10^{11}$$

$c(N=9)$	1	2	3	4	6	12
C	0.665	0.280	0.033	0.008	0.010	0.004



[MJK, KK, ZB,
PRE 104 (2021)
024307]

Użyteczne pojęcia

Odległość Hamminga stanów wiązań $d_H(A, B) = \frac{1}{4} \sum_{i < j} [s_{ij}(A) - s_{ij}(B)]^2$

Energia całkowita $U = - \sum_{i < j < k} s_{ij} s_{jk} s_{ki} = \sum_{i < j < k} u_{ijk}$

Energia wiązania $u_{ij} = \sum_k u_{ijk}$ Energia węzła $u_i = \sum_{j < k} u_{ijk}$

Odległość Hamminga energii triad $D_H(A, B) = \frac{1}{4} \sum_{i < j < k} [u_{ijk}(A) - u_{ijk}(B)]^2$

Widma energii : liczba (triad, wiązań, węzłów) o energii u

$n_t(u) = \sum_{i < j < k} \delta(u, u_{ijk})$ $n_e(u) = \sum_{i < j} \delta(u, u_{ij})$ $n_n(u) = \sum_i \delta(u, u_i)$

Inny sposób zapisu równania ewolucji

$$s_{ij}(t+1) = \text{sign} \sum_{k \neq i, j} s_{ik}(t) s_{jk}(t) = -\text{sign}[s_{ij}(t) u_{ij}(t)] = \begin{cases} -s_{ij}(t) & \text{gdy } u_{ij}(t) > 0 \\ s_{ij}(t) & \text{gdy } u_{ij}(t) < 0 \end{cases}$$

Odległość Hamminga wiązań w jednym kroku

$$d_H(A_t, A_{t+1}) = \sum_{i < j} \Theta(u_{ij}(t)) = \sum_{u > 0} n_e(u, t)$$

W punktach stałych i w niektórych cyklach, nazwijmy je **cyklami doskonałymi**

$$n_e(u, t) = n_e(u)$$

Dla $N=9$ wszystkie cykle o długości $c=12$ są doskonałe. Jest ich 967680.

Ich widmo energii

u	-7	-5	-3	-1	+1	+3	+5	+7
$n_e(u)$	3	2	4	9	12	4	2	0

stąd $\forall t : d_H(A_t, A_{t+1}) = 18$

Własności cykli doskonałych dla $N=9$, $c=12$

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$d_H(A_t, A_{t+s})$	18	22	20	10	18	20	18	10	20	22	18

W każdym cyklu mamy 6 rodzajów wiązań, różniących się ich sekwencją stanów:

- 3 wiązania stałe ($s=\pm 1$), o energii $u = -7$
- 4 wiązania zmieniające się 12 razy, o energii $u = +1$
- 6 wiązań zmieniających się 4 razy ($s=1, 1, 1, -1, -1, -1$ i cyklicznie), o energii $u = -1, -5, +1$ i cyklicznie
- 3 wiązania zmieniające się 8 razy ($s=-1, -1, +1$ i cyklicznie), o energii $u = -1, +3, +3$ i cyklicznie
- 8 wiązań zmieniających się 6 razy ($s=1, 1, -1, -1$ i cyklicznie), o energii $u = -1, +1$ i cyklicznie
- 12 wiązań zmieniających się 6 razy ($s=-1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, -1$), o energii $-1, 5, -3, 1, 3, -3$ i cyklicznie.

Permutacje π takie, że $D_H(A_{t+1}, \pi(A_t)) = 0$

$$\pi_1 = (7, 3, 2, 4, 9, 1, 6, 8, 5) = (7, 6, 1)(3, 2)(9, 5)$$

$$\pi_2 = (7, 3, 2, 8, 9, 1, 6, 4, 5) = (7, 6, 1)(3, 2)(8, 4)$$

$$\pi_3 = (7, 3, 9, 4, 2, 1, 6, 8, 5) = (7, 6, 1)(3, 9, 5, 2)$$

$$\pi_4 = (7, 3, 9, 8, 2, 1, 6, 4, 5) = (7, 6, 1)(3, 9, 5, 2)(8, 4)$$

$$\pi_5 = (7, 5, 2, 4, 9, 1, 6, 8, 3) = (7, 6, 1)(5, 9, 3, 2)$$

$$\pi_6 = (7, 5, 2, 8, 9, 1, 6, 4, 3) = (7, 6, 1)(5, 9, 3, 2)(8, 4)$$

$$\pi_7 = (7, 5, 9, 4, 2, 1, 6, 8, 3) = (7, 6, 1)(5, 2)(9, 3)$$

$$\pi_8 = (7, 5, 9, 8, 2, 1, 6, 4, 3) = (7, 6, 1)(5, 2)(9, 3)(8, 4)$$

Widmo energii węzłów w cyklu

numer węzła

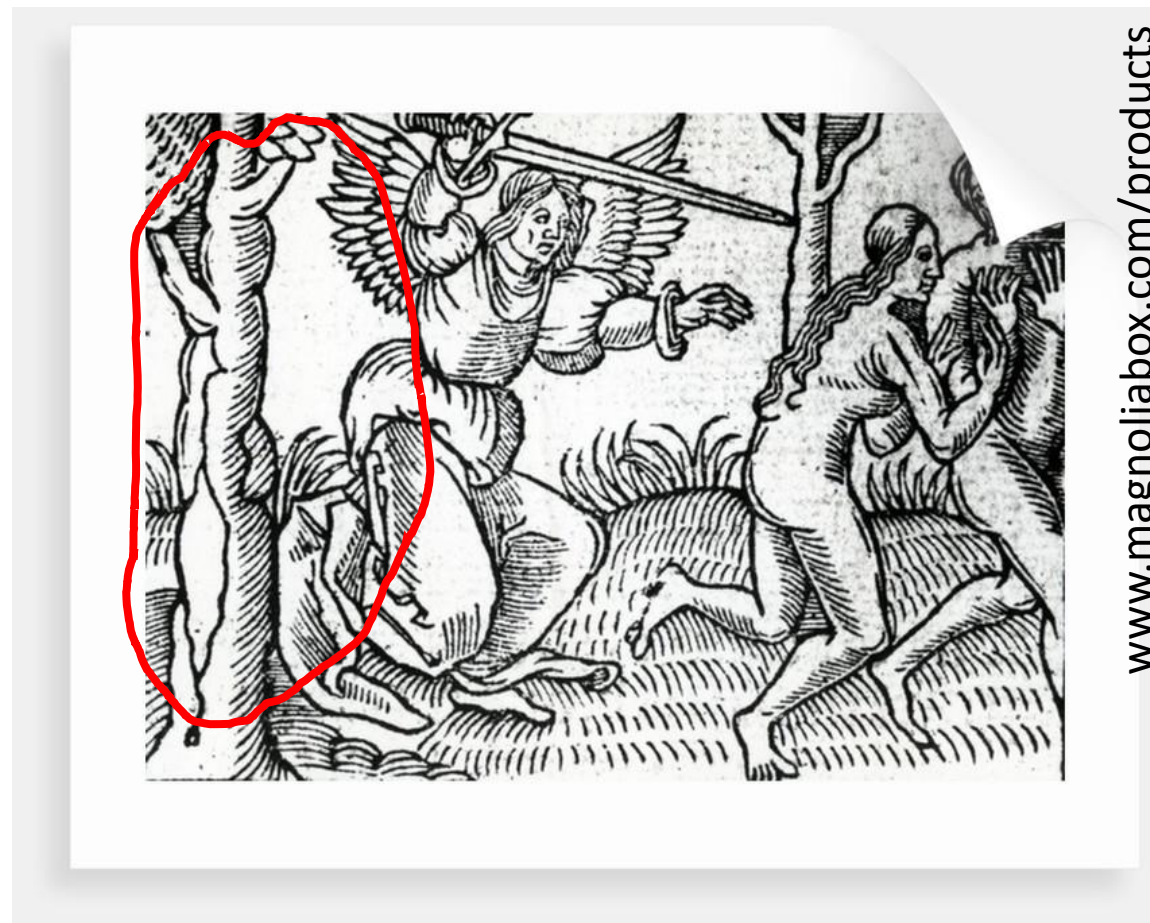
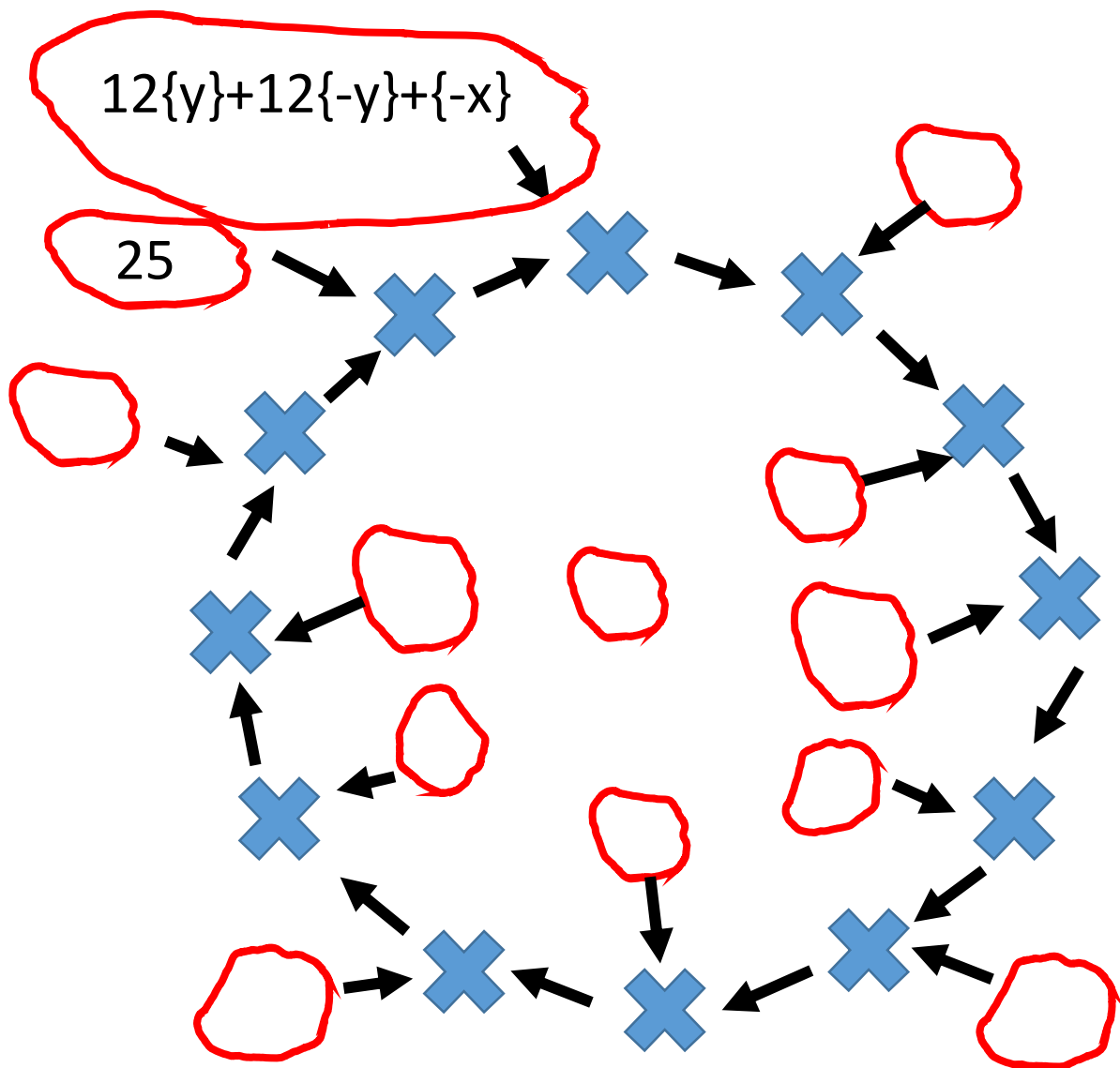
u	$n_n(u)$
-6	3
-2	5
10	1

czas

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	-2	-2	-6	-2	-6	2	-6	-2
2	-6	-2	-2	-6	-2	-2	10	-6	-2
3	-2	-2	-2	-6	-2	10	-6	-6	-2
4	10	-2	-2	-6	-2	-6	-2	-6	-2
5	-6	-2	-2	-6	-2	-2	10	-6	-2
6	2	-2	-2	-6	-2	10	-6	-6	-2
7	10	-2	-2	-6	-2	-6	-2	-6	-2
8	-6	-2	-2	-6	-2	-2	10	-6	-2
9	-2	-2	-2	-6	-2	10	-6	-6	-2
10	10	-2	-2	-6	-2	-6	-2	-6	-2
11	-6	-2	-2	-6	-2	-2	10	-6	-2
12	-2	-2	-2	-6	-2	10	-6	-6	-2

Baseny atrakcji

$$s_{ij}(t+1) = \text{sign} \sum_{k \neq i, j} [-s_{ik}(t)][-s_{jk}(t)]$$



Ile jest cykli doskonałych?

- * Dla $N=9$ węzły można ponumerować na $9!$ sposobów. Każdy sposób odpowiada wybraniu kolejności w cyklu stanów o tych samych energiach triad.
- * Cykliczne permutacje wierszy: dla każdego cyklu o długości $c=12$ stan początkowy można wybrać na 12 sposobów.
- * Dla $N=9$ każdemu rozkładowi energii triad $\{uijk\}$ odpowiada $2^8 = 256$ stanów wiązań. Każdy taki stan można otrzymać z pozostałych poprzez zmianę znaków wiązań wychodzących z danego węzła.
- * Każda z 8 permutacji π jest równoważna równaniu ewolucji; pod ich działaniem rozkład energii zostaje niezmienny.
- * 301916160 stanów początkowych daje cykle o długości 12.
Do każdego stanu cyklu prowadzi 25 stanów spoza cyklu.

$$\frac{301916160}{12 \cdot (25 + 1)} = \frac{9!}{12 \cdot 8} 2^8 = 967680$$

Inne zastosowania: sieci zdań



Figure 2. Excerpt from the cognitive map of a Muslim Brother.

[S. Dornschneider, *Whether to Kill*, University of Pennsylvania Press, 2016]

Złożoność przyczynowa – równania strukturalne -przykład

Dlaczego niektórzy akademicy psychologowie publikują więcej, niż inni?

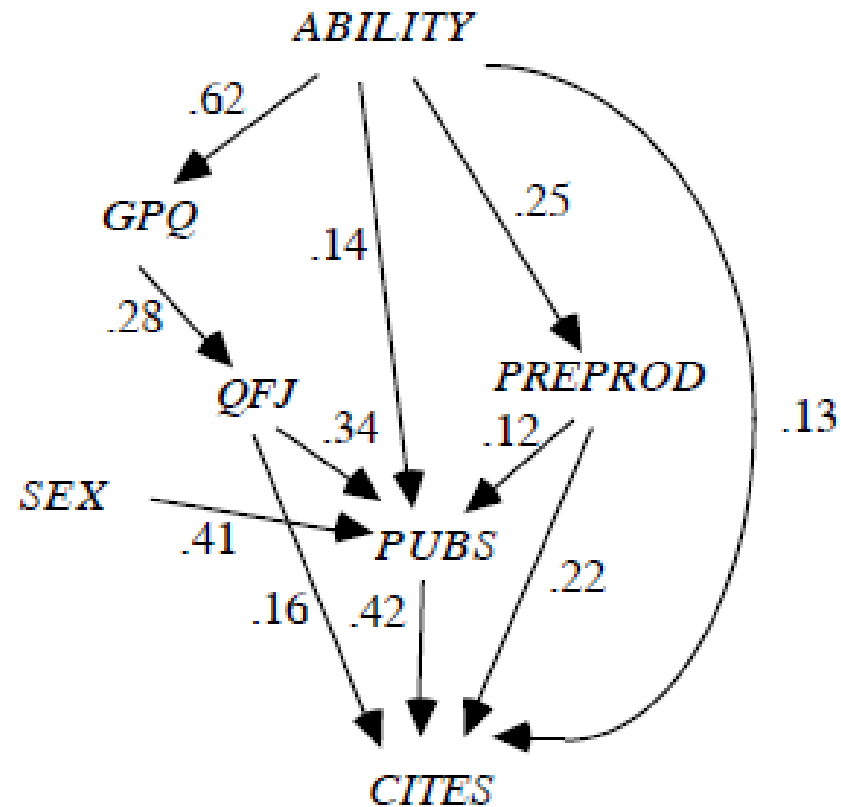
GPQ – jakość programu studiów

QFJ – jakość pierwszej pracy

PREPROD – publikacje w czasie studiów

PUBS – publikacje po studiach

CITES – ilość cytowań



Quo Vadis – czyli teleologia

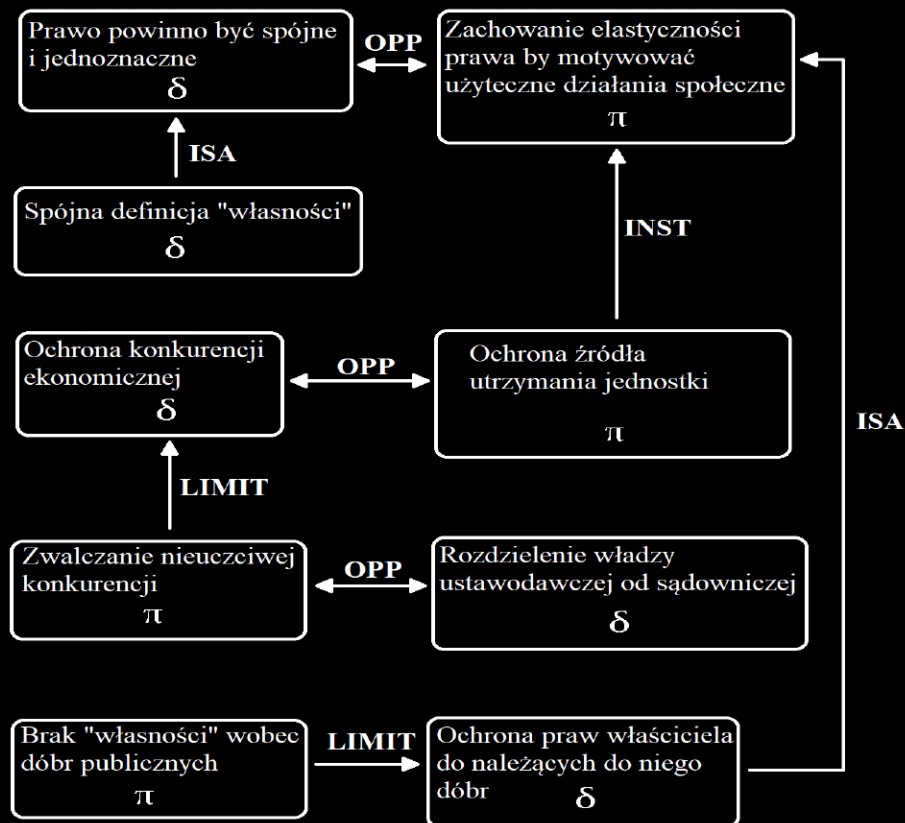
Relacje:

Taksonomiczna
ISA

Instrumentalna
INST

Limitująca
LIMIT

Przeciwstawna
OPP



Graf relacji teleologicznych

Na podstawie Berman D. H., Hafner C. D. 1993

Z wystąpienia p. Grzegorza Gołaszewskiego, WFiS, „Modelowanie orzeczeń polskiego sądownictwa” na seminarium KISiFK, 28 X 2021

Dane zebrane przez National Opinion Research Center w 44 stanach USA w latach 1974-1988 [P. Brace et al., Amer. J. Political Science, 46 (2002) 173]

1. Więcej tolerancji
2. Mniej rasizmu
3. Dostęp do aborcji
4. Religijność
5. Akceptacja homoseksualizmu
6. Feminizm deklarowany publicznie
7. Wydatki rządowe na ochronę klimatu
8. Wydatki rządowe na podniesienie poziomu życia
9. Dopuszczalność kary śmierci



Support (US state)
->Pearson $r(i,j)$

1	0.907	0.686	-0.551	0.828	0.832	0.337	-0.151	0.163
	1	0.565	-0.443	0.828	0.887	0.414	-0.055	0.296
		1	-0.725	0.776	0.600	0.423	-0.219	-0.052
			1	-0.694	-0.571	-0.201	0.277	0.111
				1	0.760	0.354	-0.174	-0.155
					1	0.296	-0.277	0.266
						1	0.080	-0.140
							1	-0.042
								1

The symmetric matrix $r(i, j)$ of Pearson correlations of opinions on nine issues, collected in Ref.²⁶.

Obróbka danych:

$$s_{ij}(t=0)=r(i,j) + \frac{ds_{ij}}{dt} = \left(1 - s_{ij}^2\right) \sum_k s_{ik} s_{kj} \Rightarrow \text{stan równowagi}$$

wynik - **portret wyborców:**

4,8 vs 1,2,3,5,6,7,9

={religijność + wydatki na dobrobyt} vs {pozostałe}

można interpretować jako zgodny z hipotezą Earla Babbie:

*„Osoby w większym stopniu pozbawione dóbr doczesnych
zwracają się do kościoła po zadośćuczynienie.”*

[M. J. Krawczyk, KK, Entropy 23 (2021) 1418]

[E. Babbie, The Practice of Social Research, 2007]



“Parishioners whose life situations most deprive them of satisfaction and fulfillment in the secular society turn to the church for comfort and substitute rewards” (Glock, Ringer, and Babbie 1967:107–8).

Zastosowania interdyscyplinarnych technik komputerowych i metod obliczeniowych



Zdzisław Burda



Przemysław Gawroński



Małgorzata Krawczyk



Krzysztof Malarz



Maciej Wołoszyn